

# Einführung in die Astronomie und Astrophysik I

- 17.10. Einführung: Überblick & Geschichte (H.B.)
- 24.10. Sternpositionen, Koordinaten, Zeitmessung (C.F.)
- 31.10. Teleskope und Instrumentierung (H.B.)
- 07.11. Strahlung, Strahlungstransport (C.F.)
- 14.11. Planetensystem(e) & Keplergesetze (H.B.)
- 21.11. Sterne, Typen / Klassifikation, HR-Diagramm (C.F.)
- 28.11. Interstellare Materie: Chemie & Matriekreislauf (H.B.)
- 05.12. Sternentstehung, Akkretionsscheiben & Jets (H.B.)
- 12.12. Sternaufbau & -entwicklung: Sternparameter, Hauptreihe (C.F.)
- 19.12. Sternentwicklung: Energieerzeugung, Endstadien (C.F.)
- - - Weihnachtspause
- 09.01. Mehrfachsysteme, Sternhaufen (C.F.)**
- 16.01. Exoplaneten & Astrobiologie (H.B.)
- 23.01. Die Milchstraße (H.B.)
- 30.01. Zusammenfassung (C.F. & H.B.)
- 08.02. (Samstag) Prüfung: 15:00 - 17:00, INF 227**

# Einführung in die Astronomie und Astrophysik I

## 11. Mehrfachsysteme, Sternhaufen

11.1. Doppelsterne, Mehrfachsysteme

11.2. Enge Systeme

11.3. Akkretionsscheiben

( 11.4. Sternhaufen -> Appendix )

# 11. Mehrfachsysteme & Sternhaufen

## 11.1 Doppelsterne & Mehrfachsysteme

- > Häufigkeit
- > Stabilität
- > Beispiele

# Einführung in die Astronomie und Astrophysik I

## Wiederholung: Doppelsterne:

### Visueller Doppelstern:

Winkelabstand ist groß genug, um die Komponente mit optischen Mitteln zu trennen.

### Astrometrischer Doppelstern:

erscheint am Himmel als ein Punkt; die Doppelstern-Natur kann aber von der Bahn (einer Komponente) am Himmel abgeleitet werden

### Spektroskopischer Doppelstern:

erscheint am Himmel als ein Punkt, die Doppelstern-Natur ist durch die Analyse des Spektrums feststellbar (Dopplereffekt)

### Bedeckungsveränderliche:

zeigen einen Abfall in der Helligkeit, wenn die Komponenten voreinander vorbeiziehen (Bahnebene entlang Sichtlinie)



# 11.1. Doppelsterne & Mehrfachsysteme

## Doppel- und Mehrfachsysteme:

- **Mizar** (Ursa Major), als Doppelstern  
1650 von G.B. Riccioli entdeckt
- erste systematische Beobachtungen:  
**Christian Mayer:** ab 1776 mit der  
**Mannheimer Sternwarte**  
Instrument: 8 Fuß (2.4m) großer  
Mauerquadrant  
(siehe Technikmuseum Mannheim)  
-> **erster Doppelsternkatalog** der Astronomie
- F.W. Herschel ab 1779
- Höhepunkt der Doppelsternforschung durch **Struve** und **Bessel** in den  
30er und 40er Jahren des 19. Jahrhunderts



Link: <http://www.epsilon-lyrae.de/Doppelsterne/Doppelsterne.html>

# 11.1. Doppelsterne & Mehrfachsysteme

## Doppel- und Mehrfachsysteme:

### Heutiger Forschungsstandpunkt:

1/3 der Sterne in der Milchstraße sind Doppel- / Mehrfachsysteme,  
Rest Einzelsterne (<http://www.cfa.harvard.edu/news/2006-11>)

- > lange wurde gedacht, dass die Mehrzahl (2/3) der Sterne Mehrfachsysteme sind ...
- > Grund des Umdenkens:
  - jetzt viel mehr masse-arme Sterne beobachtet (Rote Zwerge, M-Sterne),
  - aber nur massereichere, helle Sterne (wie Sonne) sind mehrheitlich Teil eines Mehrfachsystems

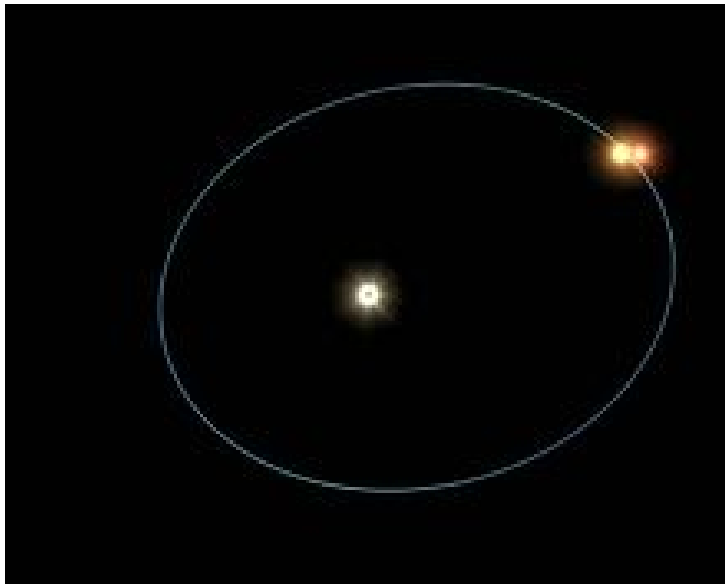
Links: The Washington Double Star Catalog (WDS) <http://ad.usno.navy.mil/wds/>  
Daten von 127781 Doppelsternen

# 11.1. Doppelsterne & Mehrfachsysteme

## Mehrfachsysteme: Beispiel HD 188753 (Sternbild Schwan)

3 stellare Komponenten + Planet (???)

- > Entfernung 151 Lj
- > Primär-Stern ähnlich wie Sonne (G8V)
- > Sekundärkomponente: Doppelstern
  - Abstand vom Primärstern 6.2 AE, Bahn-Periode 25.7 Jahre
  - Komponenten: 0.96, 0.67  $M_{\odot}$ , Bahn-P. 156 Tage, Abstand 0.67 AE
- > Planet um Primärkomponente ?? 2005 entdeckt, 2007 widerrufen

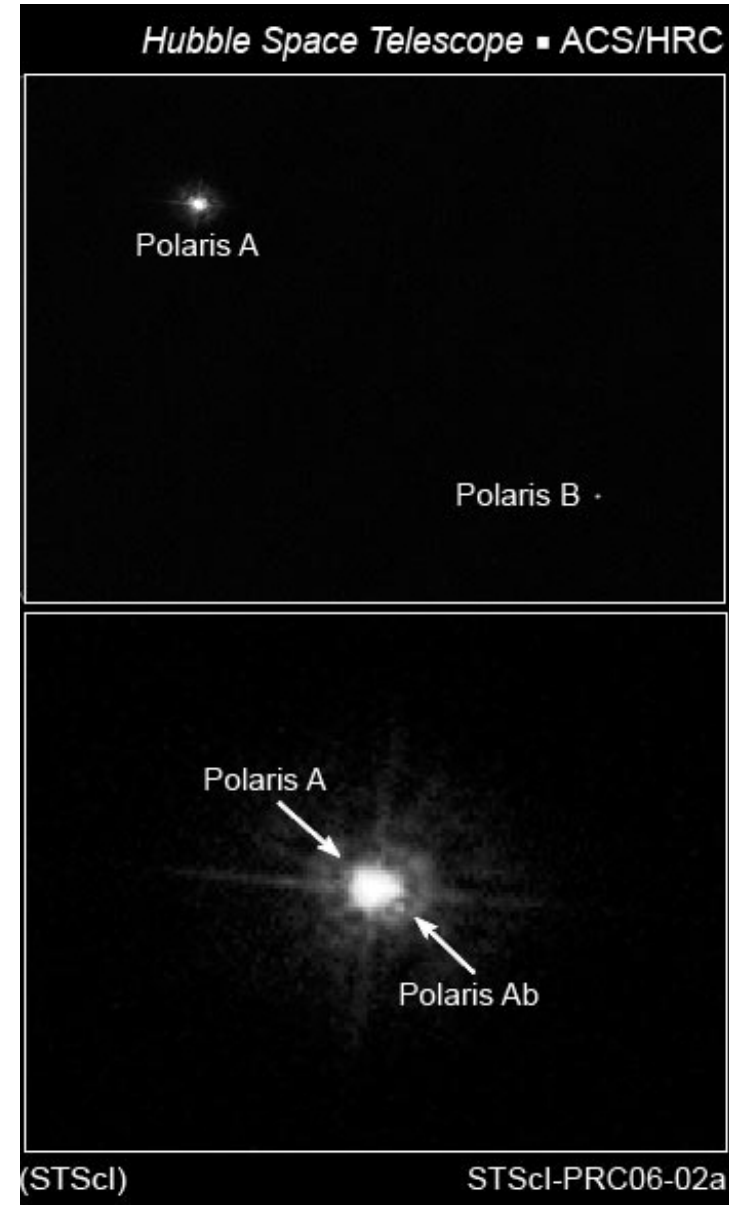


# 11.1. Doppelsterne & Mehrfachsysteme

## Mehrfachsysteme: Polarstern!

### Dreifachsystem

- >  $\alpha$  UMi A:  $6 M_{\odot}$ , F8Ib Überriese,  
2.02 mag,  $100 R_{\odot}$ , Distanz 431 Lj  
Leuchtkraft =  $5.000 L_{\odot}$ ,
- > 2 Begleiter:
  - $\alpha$  UMi B,  $1.5 M_{\odot}$ , F3 Hauptreihe,  
Abstand vom Hauptstern 2400 AE
  - $\alpha$  UMi Ab, Zwergstern mit 18.8 AE  
Abstand (18 Bogensekunden)
- > 2 entfernte Komponenten (?):
  - $\alpha$  UMi C,  $\alpha$  UMi D,  
physikalischer Zusammenhang unklar



# 11.1. Doppelsterne & Mehrfachsysteme

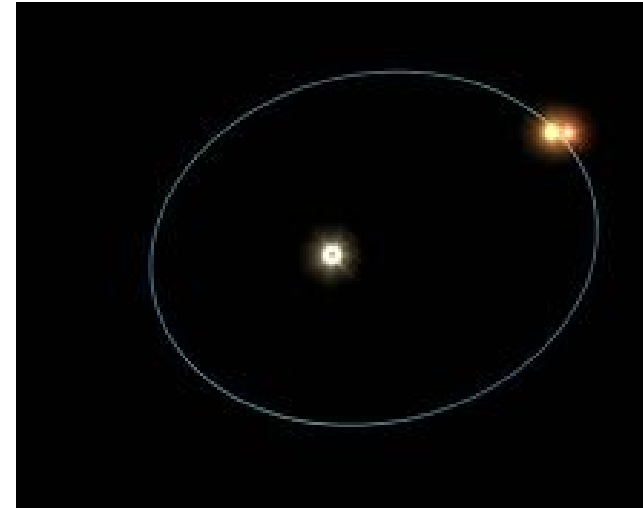
**Mehrfachsysteme:** Dynamik, Stabilität:

-> **Hierarchische Systeme:**

ineinander geschachtelte Bahnen der Sterne:

-> jeweils Zweikörperproblem, kaum WW  
zwischen Bahnen/Sternen

-> **Stabile Konfiguration**



-> **“Trapez-Systeme”:**

keine “Schachtelung”, starke WW

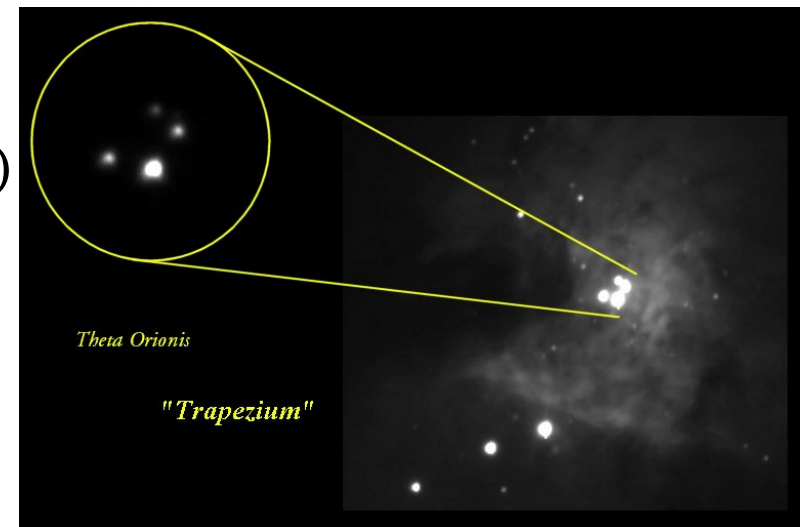
zwischen Körper und Bahnen:

-> Vielkörperproblem (“n-body probl”)

-> **Konfiguration instabil, chaotisch**

-> Junge Systeme, Relaxation,  
“Auswurf” durch gravitative WW

-> Beispiel: Trapez-Sterne im Orion:



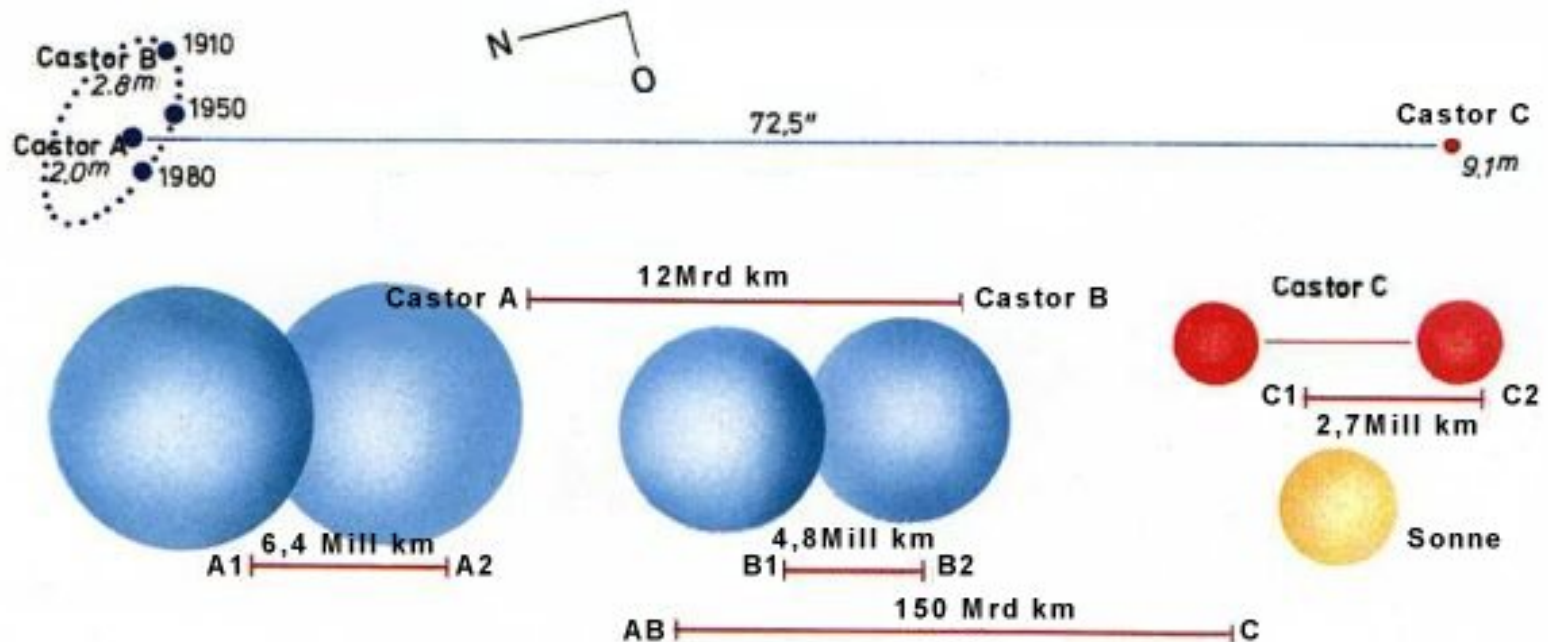
# 11.1. Doppelsterne & Mehrfachsysteme

## Mehrfachsysteme: Castor (Zwillinge)

6 Komponenten bekannt !!

- > Entfernung 45 Lj, Leuchtkraft 36  $L_{\odot}$
- > Castor A,B: Doppelsternsystem, Abstand 3" (kann mit Amateurinstrument getrennt werden)
  - > jeweils spektroskopische Doppelsterne
- > Castor C (oder YY Gem) 1000AE entfernt:

Bedeckungsveränderlicher Doppelstern, Periode: (nur) 19.5 h



# 11. Mehrfachsysteme & Sternhaufen

## 11.2 Enge Doppelsterne

- > Roche-Volumen
- > Sternentwicklung
- > Kataklysmische Variable
- > Röntgen-Doppelsterne

# 11.2 Enge Doppelsterne

## Was heißt “eng”??

-> Im Prinzip alle Abstände möglich ...

Definition von “eng”:

-> **geometrisch eng**: Abstand von Größenordnung wie Sternradius

oder:

-> **eng = wechselwirkend**:

-> gegenseitige Beeinflussung der Entwicklung:

Entwicklung der Komponenten weicht vom  
Entwicklungsschema entsprechender Einzelsterne ab

-> mögliche **Wechselwirkungsprozesse**:

**Gezeitenkräfte**, **Fliehkräfte**, gegenseitige **Bestrahlung**,  
**Massenaustausch**, **Magnetfelder**, ...

-> quantifiziert durch **Roche-Volumen (“Roche lobe”)**



# 11.2 Enge Doppelsterne

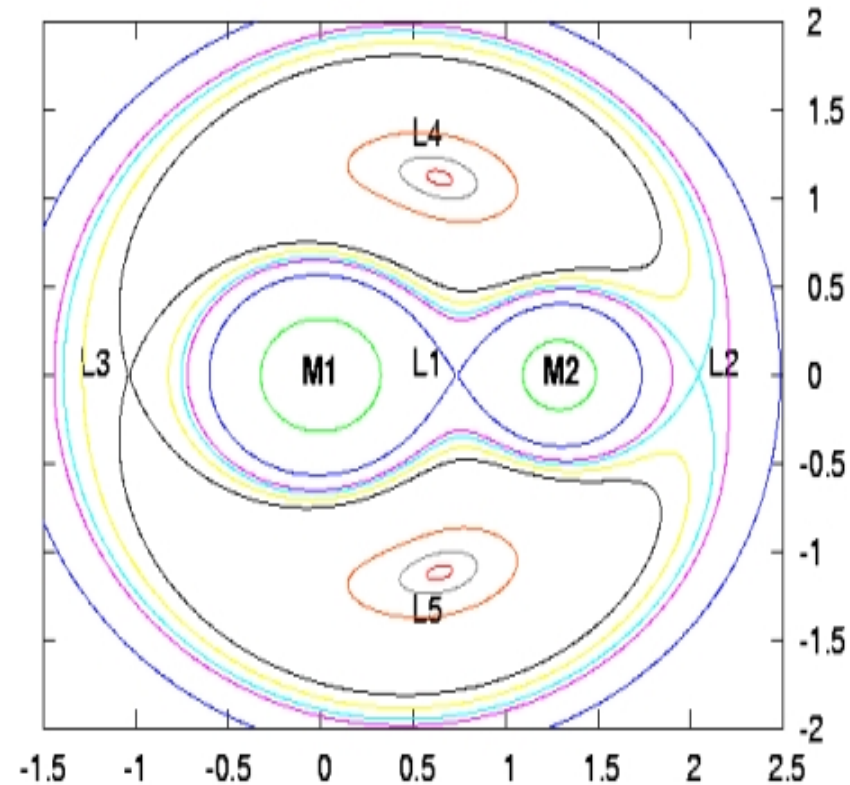
## Roche-Volumen:

Roche-Volumen definiert Oberfläche gleichen effektiven Potentials  $U$  (d.h. Gravitation + Zentrifugalkraft, im mitrotierenden System)

- >  $a$ : große Halbachse;  $\omega$ : Winkelgeschwindigkeit des Systems;
- $r_1, r_2$ : Abstand von  $M_1, M_2$ ;
- $x, y$ : Abstand von Massenzentrum)

$$U = -\frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) - \frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2},$$
$$\omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}.$$

- > **Lagrange (Librations-) Punkte:**  
Orte, wo Summe der Kräfte = 0:  
 $L_1, L_2, L_3$  quasi-stabil,  
 $L_4, L_5$  stabil



# 11.2 Enge Doppelsterne

## Roche-Volumen:

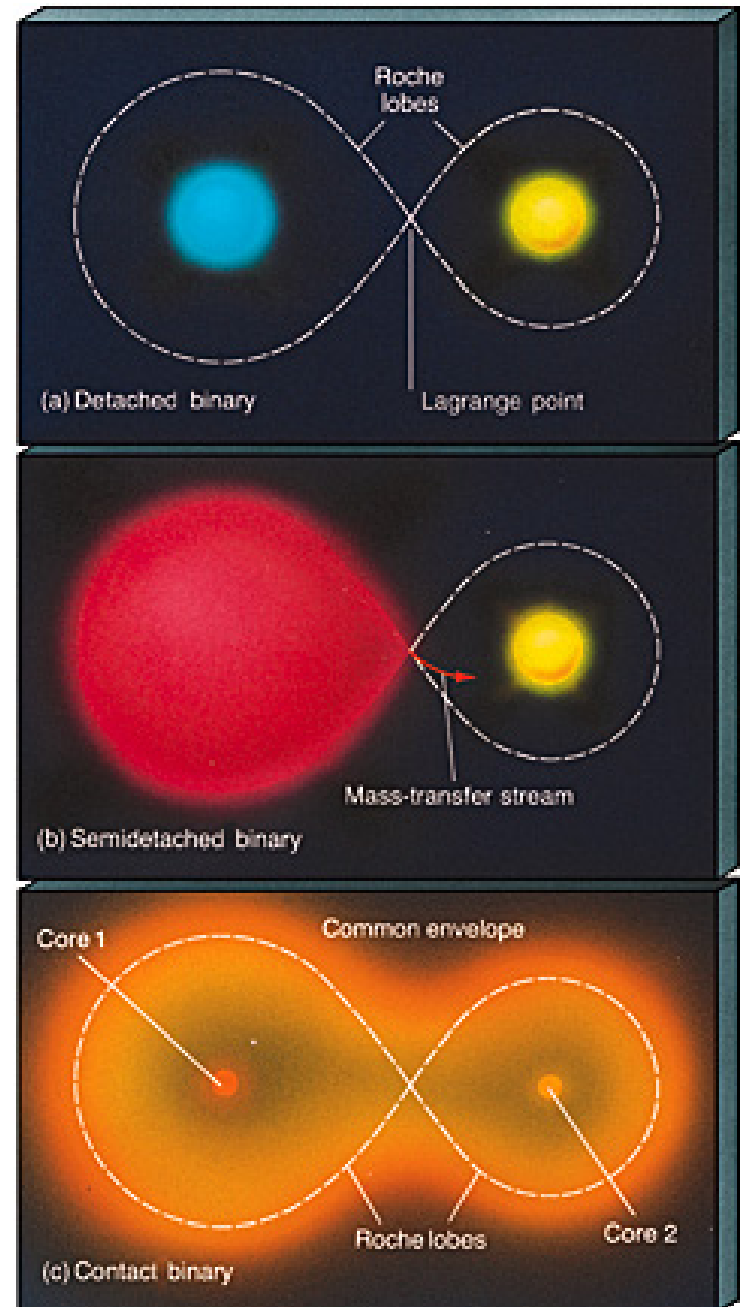
Je nach **Sternmassen**  
(Größe des Roche-Volumens)  
und **stellarer Entwicklung**  
(Größe des Sterns)

kann es verschiedene Zustände geben:

- > getrennte Systeme
- > halb-getrennte Systeme
- > verbundene Systeme

Durch stellare Wechselwirkung:

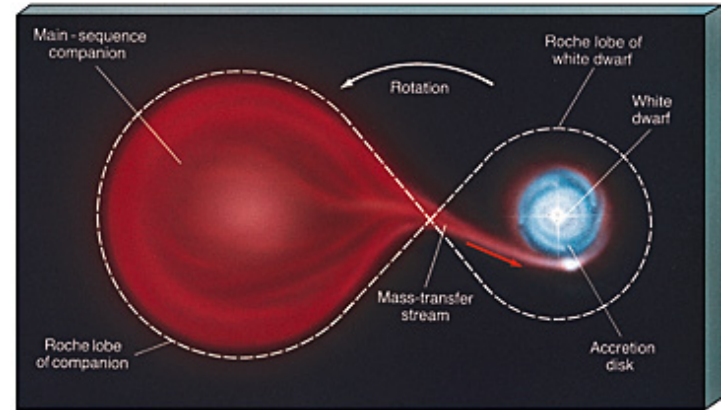
- > zeitliche Änderung der Roche-Volumens, d.h.
  - > des Abstandes
  - > der Sternmassen



# 11.2 Enge Doppelsterne

## Roche-Volumen:

Sternentwicklung unter  
stellarer Wechselwirkung:



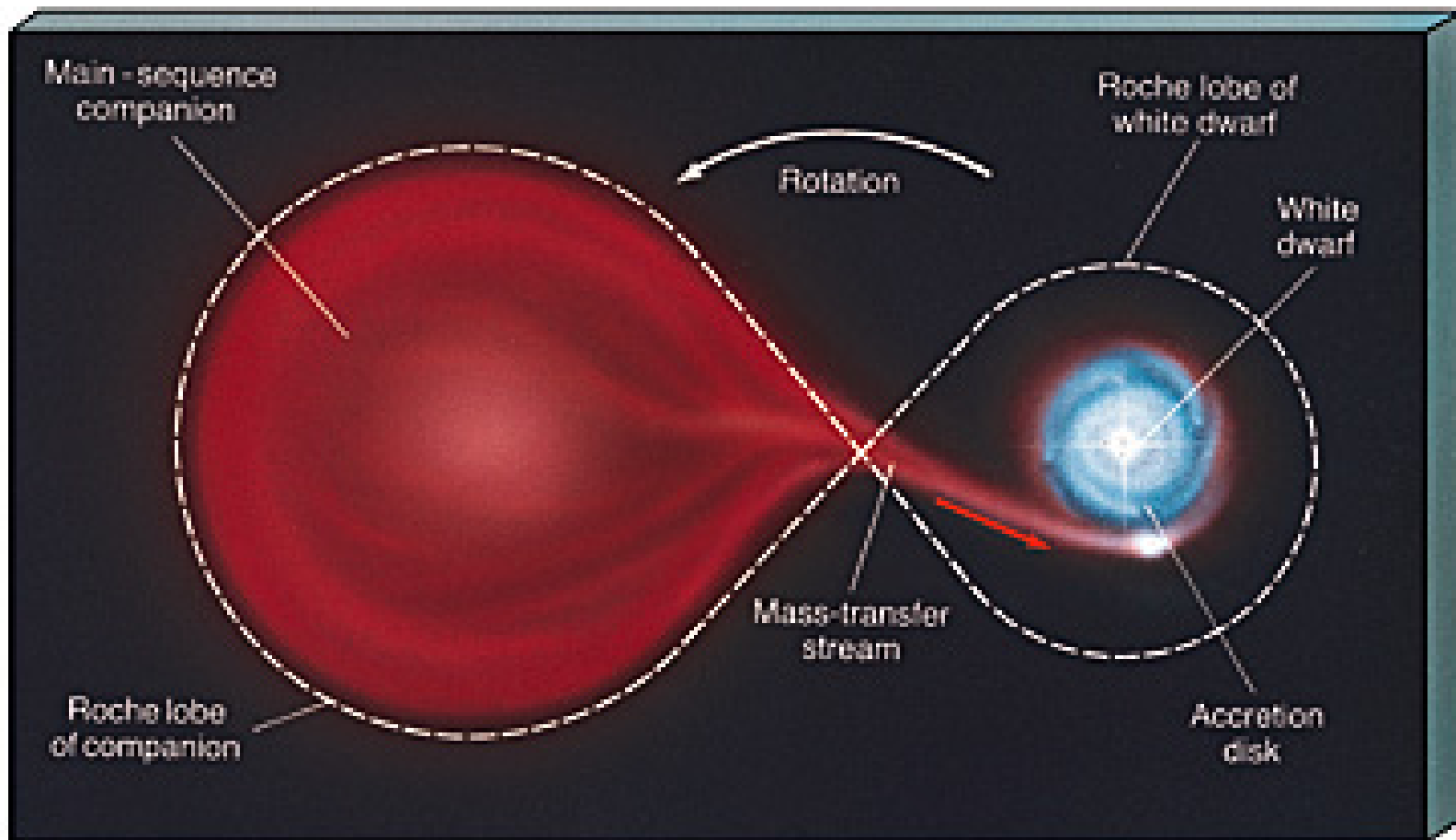
- 1) Massereicherer Stern  $M_1$  -> roter Riese
- 2) Massenübertrag  $M_1$  -> masseärmeren Stern  $M_2$
- 3) Kollaps  $M_1$  zum Weißen Zwerg (WZ)
- 4) Massenübertrag beschleunigt stellare Entwicklung von  $M_2$  (schwerer)
- 5) Masseärmeren Stern  $M_2$  -> roter Riese
- 6) Massenübertrag  $M_2$  -> Weißen Zwerg -> Akkretionscheibe
- 7a) Masse des WZ wächst evtl. über Grenzmasse  
-> Kollaps zum Neutronenstern, Supernova-Explosion (s.u.)
- 7b) WZ bleibt bestehen, roter Riese  $M_2$  entwickelt sich zum WZ

## 11.2 Enge Doppelsterne

Sternentwicklung unter stellarer Wechselwirkung:

3) Kollaps  $M_1$  zum Weißen Zwerg (WZ)

6) Massenübertrag  $M_2$  -> Weißen Zwerg -> Akkretions-scheibe

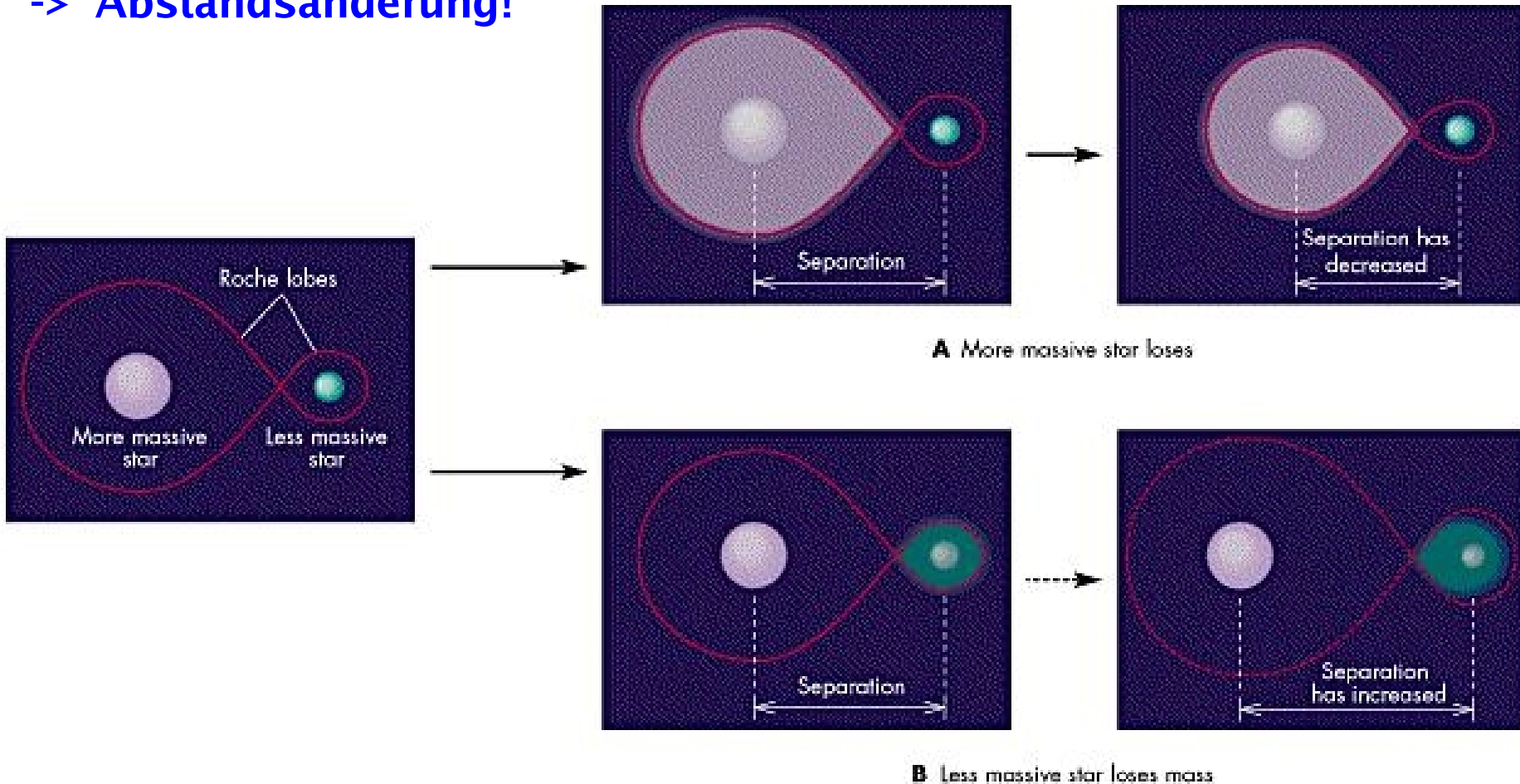


# 11.2 Enge Doppelsterne

## Roche-Volumen:

Zeitliche Entwicklung der Roche-Volumen bei stellarem Massenverlust:

-> **Abstandsänderung!**



## 11.2 Enge Doppelsterne

**Kataklysmische Variable** (CV, Cataclysmic Variables):

-> **Binärsystem**: weißer Zwerg (~massereich) und HR-Stern (~massearm)

-> **Massenstrom** durch  
Lagrangepunkt L1  
("Roche overflow")

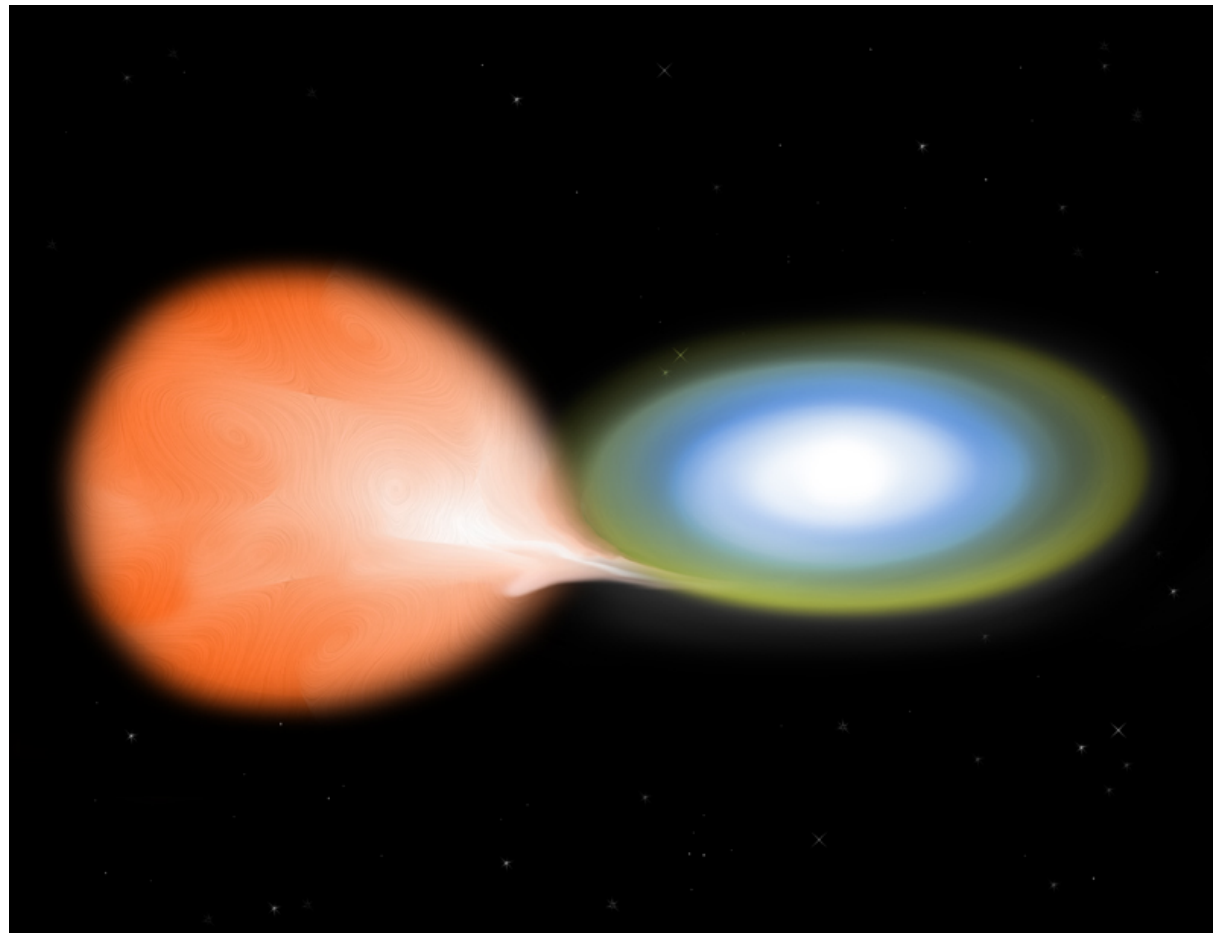
-> Drehimpulserhaltung  
-> **Akkretionsscheibe**

-> **Magnetfeld  
des Weißen Zwergs**  
bestimmt Größe  
der Scheibe

-> AM Herculis- \*\*

-> DQ Herculis- \*\*

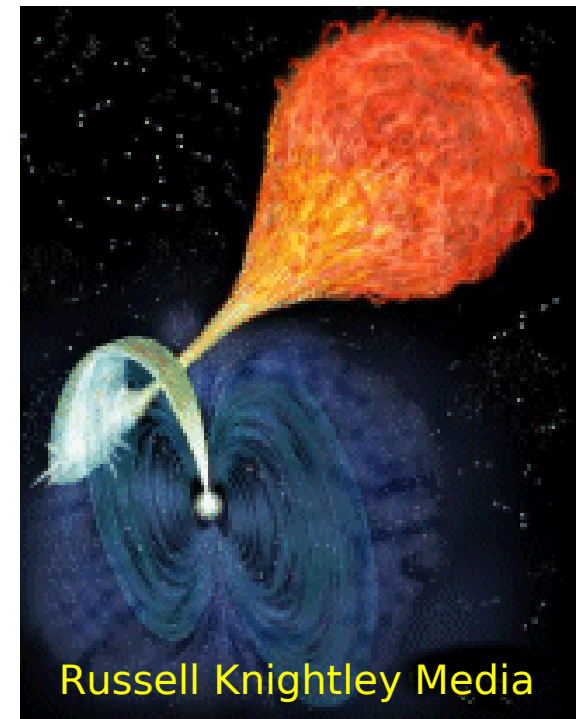
-> etwa 100 Systeme  
bekannt



# 11.2 Enge Doppelsterne

## Kataklysmische Variable:

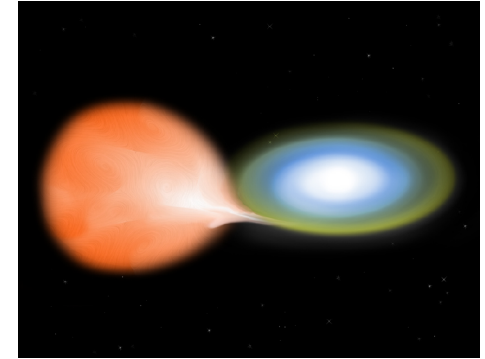
- > Magnetfeld bis 500 MG detektiert durch:
  - Polarisationsmessungen: <10 MG
  - Zeemann-Aufspaltung (Balmer): 10-100 MG
  - extreme Verformung des Spektrums: <1000 MG
- > Feldstruktur: Dipolfeld, z.T. versetzt ("offset")
- > Akkretion entlang Magnetfeld -> "heiße" Pole
- > **DQ Herculis** Sterne: schwächeres Magnetfeld
  - > Systeme mit Akkretionsscheibe
- > **AM Herculis** Sterne: sehr starkes Magnetfeld
  - Magnetische Kopplung zwischen den Sternen
  - > keine Scheibe
  - > gebundene Rotation/Bahnbewegung



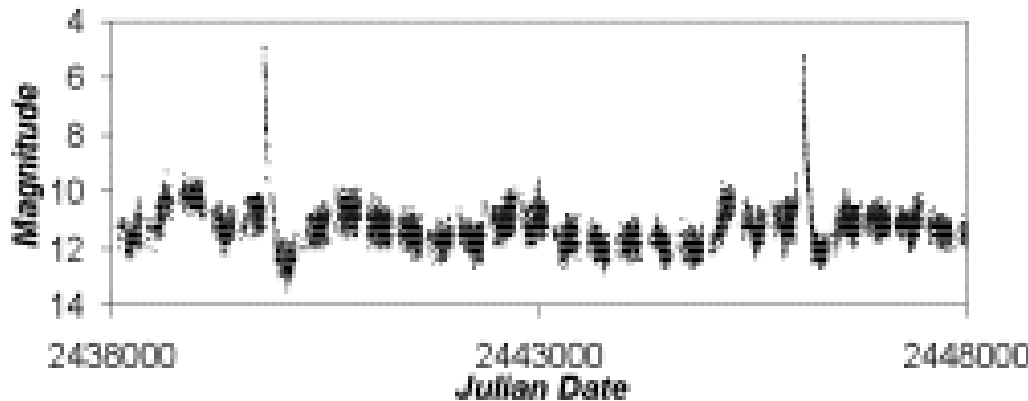
# 11.2 Enge Doppelsterne

**Novae (klassisch):** Binär-System: HR-Stern & WZ:

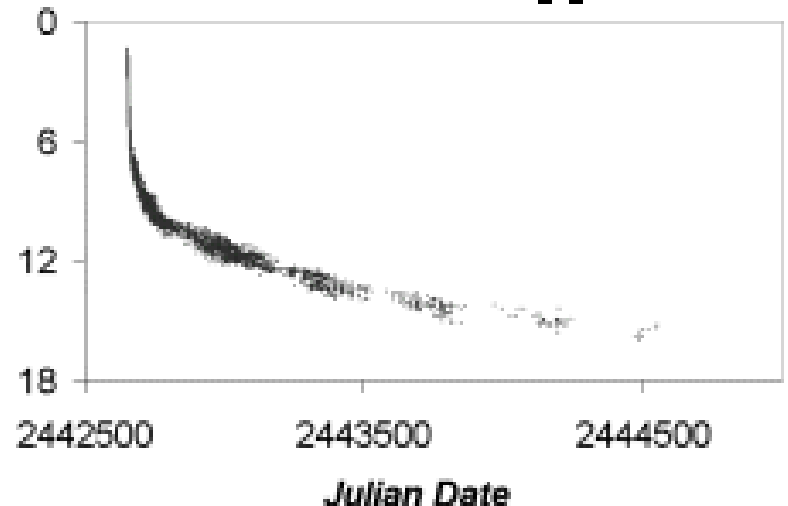
- > Akkretion des Scheibenmaterials auf die Sternoberfläche
- > Akkumulation von "brennbarem" Material
- > **nukleare Reaktion** (Explosion, Ausbruch) des akkretierten Materials auf der WZ-Oberfläche
- > 5-10 / Jahr beobachtet (siehe [www.cbat.eps.harvard.edu/nova\\_list.html](http://www.cbat.eps.harvard.edu/nova_list.html)) zT. mit bloßem Auge sichtbar



**Recurrent Nova - RS Oph**



**Nova - V1500 Cyg**



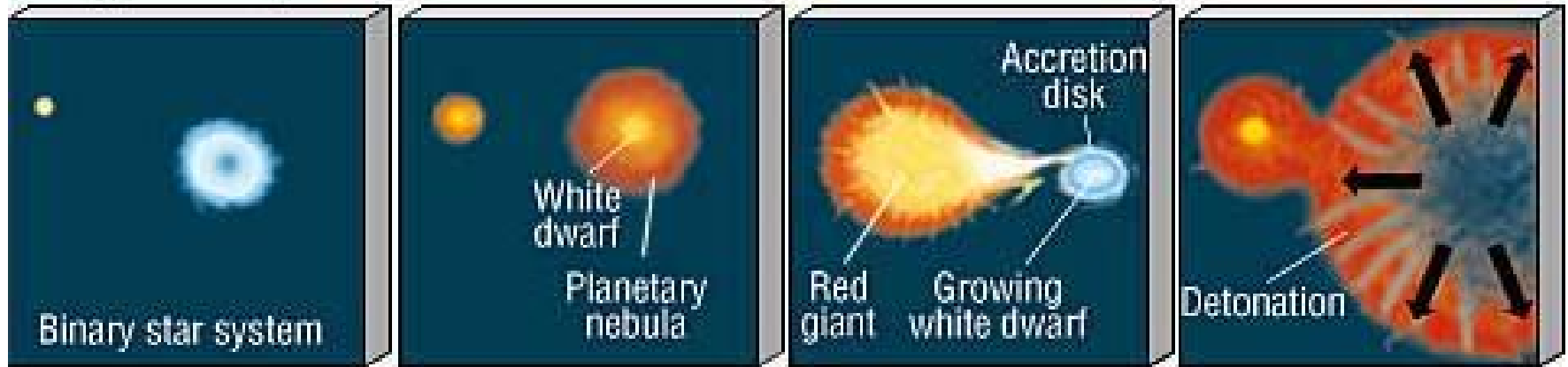


## 11.2 Enge Doppelsterne

**Supernovae Typ Ia:** Binär-System aus HR-Stern und WZ:

-> Akkretion auf WZ bis Grenzmasse erreicht wird

(a) Type- I Supernova



-> **Kollaps** zum Neutronenstern & **Explosion** als Supernova Typ Ia

**Parameter** der Supernova-Explosion relativ genau durch

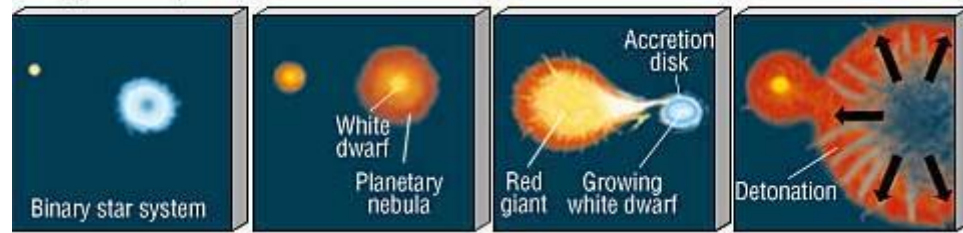
Vorgängersystem bestimmt:

- stellare Masse des WZ = **1.44 Sonnenmassen**
- Rotation ?, chemische Zusammensetzung?

# 11.2 Enge Doppelsterne

## Supernovae Typ Ia:

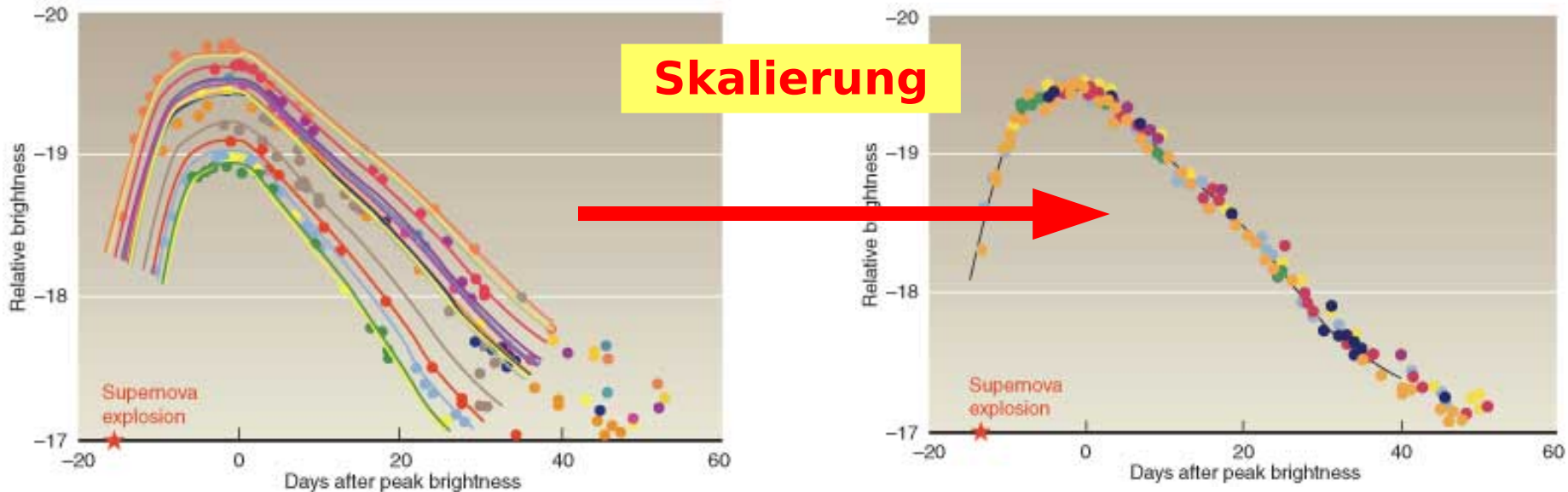
(a) Type- I Supernova



Parameter der Supernova-Explosion durch Vorgängersystem bestimmt:

-> jede SN-Explosion Typ Ia verläuft "ähnlich" !!

- > zeitlicher Ablauf der Helligkeit ähnlich und skalierbar
- > Sehr helle **Standard"kerzen"** zur Entfernungsmessung
- > Verwendet um die beschleunigte Expansion des Universums zu messen (Nobelpreis 2011)



# 11.2 Enge Doppelsterne

## Röntgendoppelsterne

= Binärsysteme mit Röntgenemission

-> Entdeckt 1962 (Giacconi et al): **Scorpius X-1**

-> etwa 100 weitere sind bekannt)

-> **Binärsysteme mit kompaktem Begleiter:**

- **HMXB:** “high mass X-ray binary”:

Massereicher Stern (O,B) + kompakter Stern (NS oder SL)

-> O/B Stern dominiert optische Strahlung,

Röntgenstrahlung des kompakten Begleiters

- **LMXB:** “low mass X-ray binary”:

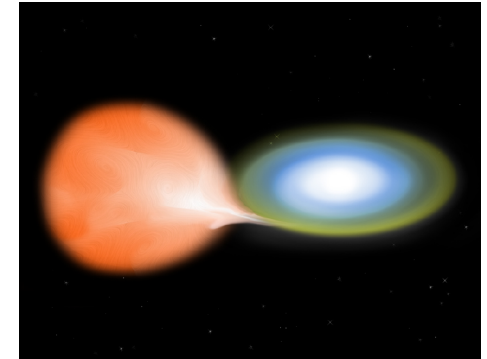
Zwergstern (auch weißer Zwerg) + kompakter Stern (NS oder SL)

-> 1% der Strahlung im Optischen, der Rest im Röntgen

-> Möglichkeit der **Detektion von Schwarzen Löchern!**

-> aus Modellierung der Röntgenstrahlung des kompakten Begleiters

-> erster Kandidat für ein Schwarzes Loch Cyg X-:  $M_{\text{compact}} = 15 M_{\odot}$



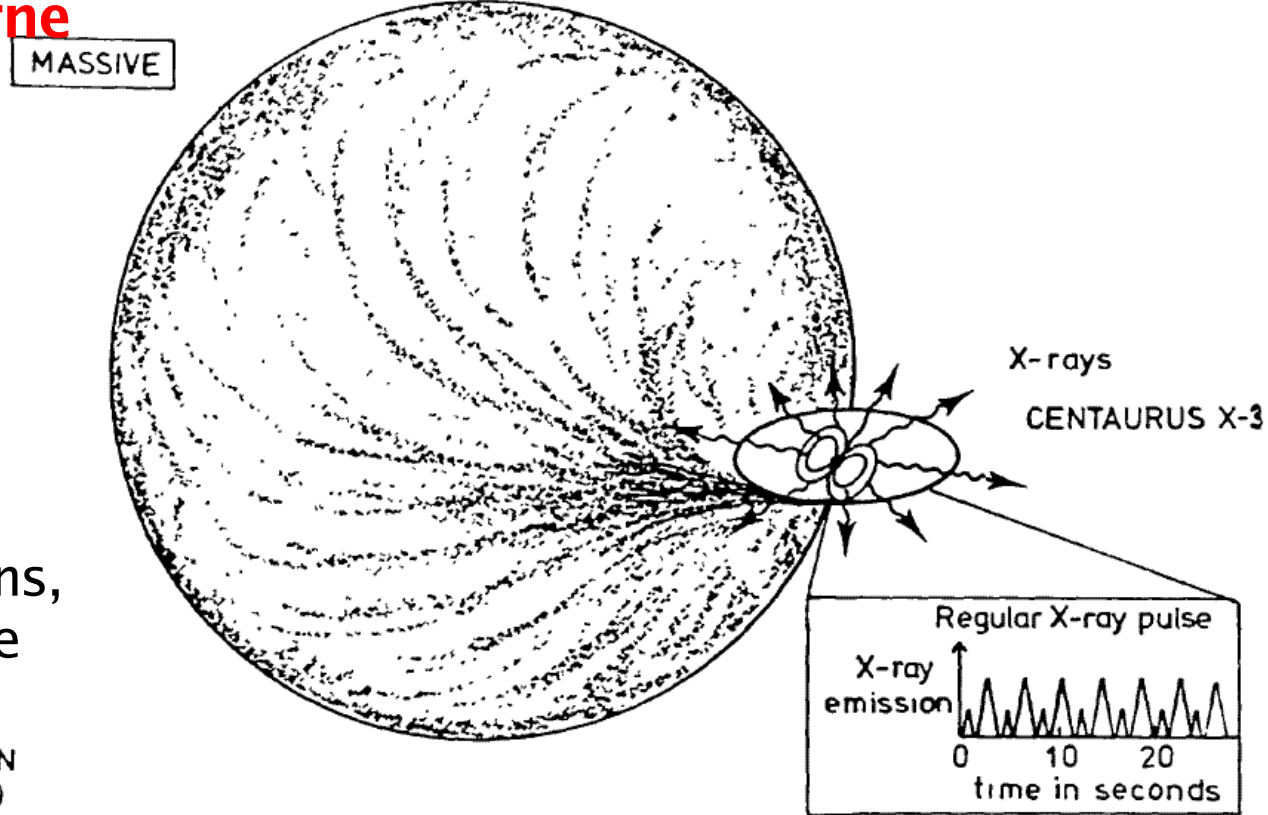
# 11.2 Enge Doppelsterne

## Röntgendoppelsterne

Modelle der Röntgenemission:

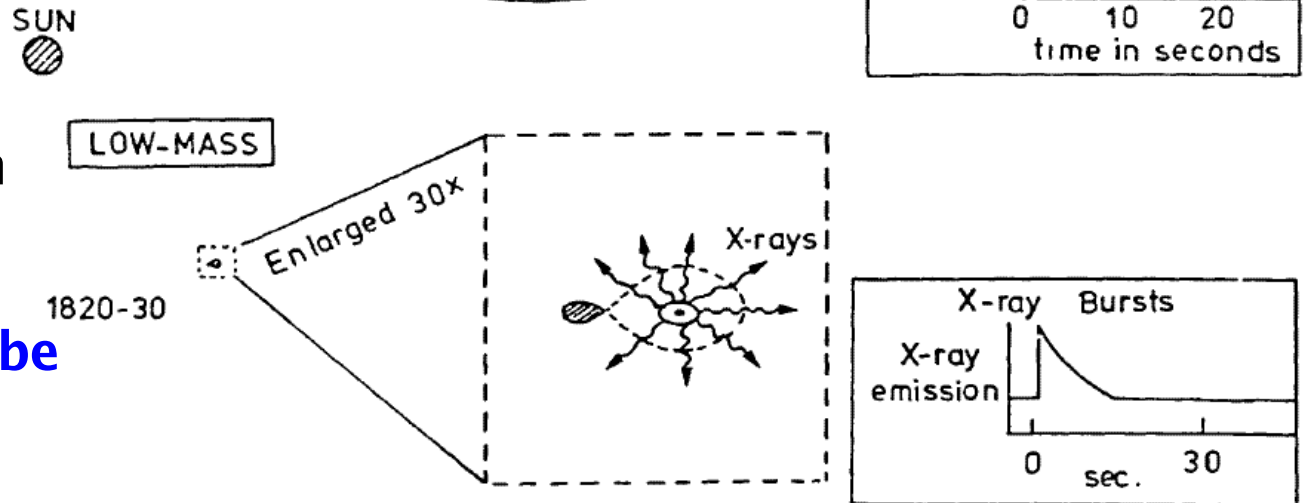
### HMXB:

Röntgen-Str. aus **Akkretionssäule** im Dipol-Magnetfeldfeld eines Neutronensterns, zT. periodische Pulse

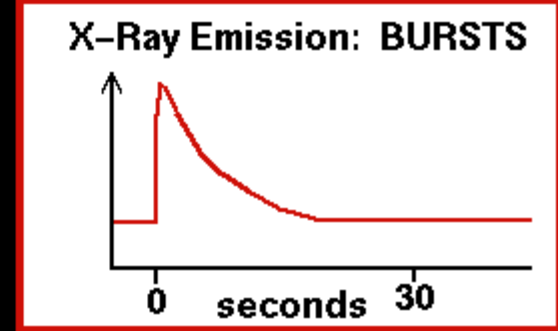
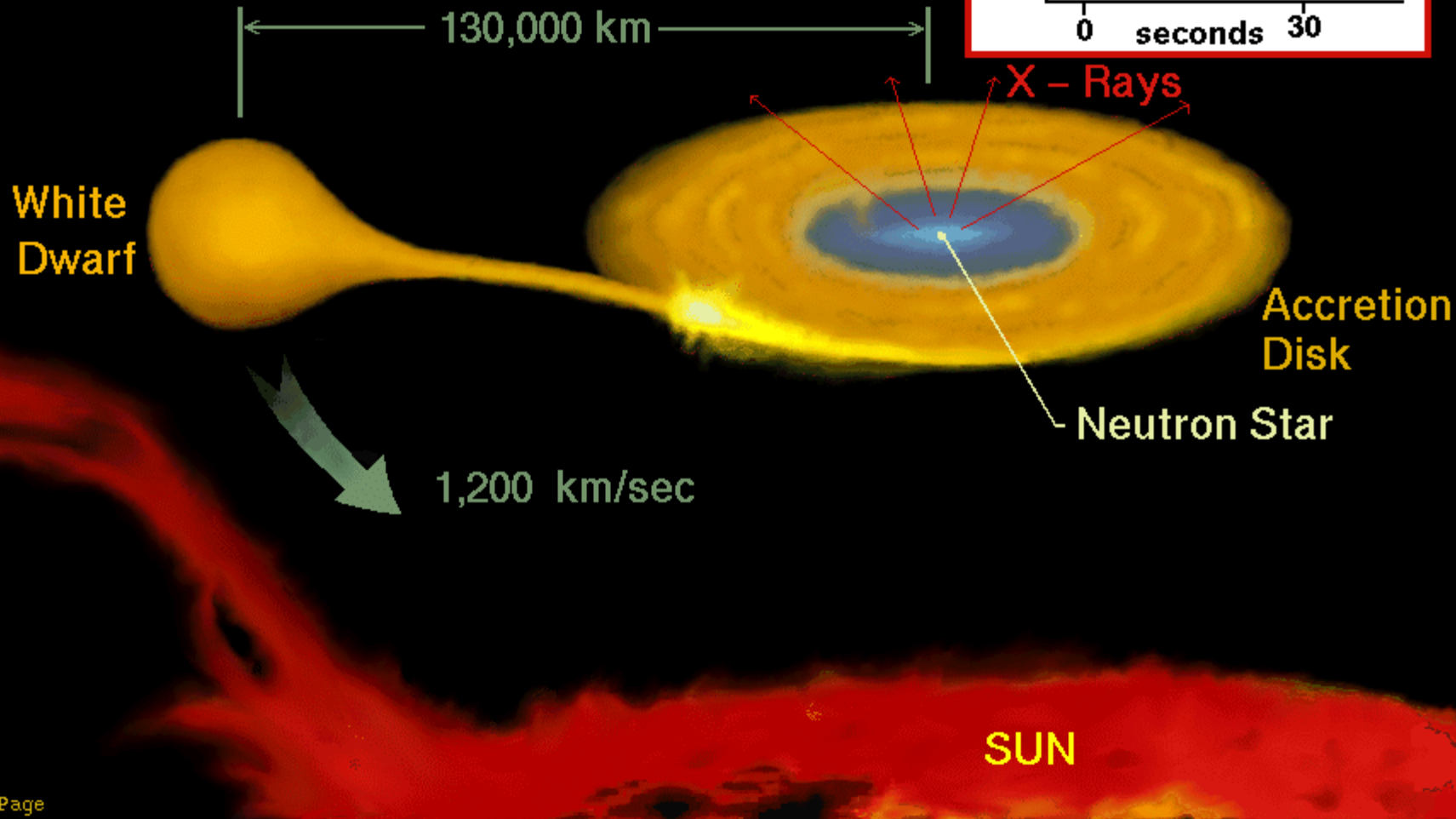


### LMXB:

Röntgen-Str. durch Ausbrüche in der inneren, heißen **Akkretionsscheibe**



# A Low Mass X-Ray Binary: 4U 1820-30



# 11.2 Enge Doppelsterne

## Binärpulsare:

= enges Doppelsternsystem mit (mind.) einem **Radio-Pulsar**

Wegen der extremen Messgenauigkeit der Radio-Pulssignale:

-> Messung **allg. relativistischer Effekte:**

Periheldrehung, Gravitationswellen, Gravitationsrotverschiebung  
und **spez. relativistischer Effekte:** Dopplereffekt 2.Ordnung (Zeitdilatation)

-> **Test der Allgemeinen Relativitätstheorie**

Beispiel: **PSR 1913+16** (Hulse & Taylor 1975, **Nobelpreis 1993**):

-> **Periodizitäten in Pulsarfrequenz** durch Dopplereffekt

-> Pulsar + unsichtbare Komponente, Bahnbewegung,  $P \sim 7.75 \text{ h}$  ->  $v \sim 300 \text{ km/s}$

-> Bestimmung der **Systemparameter PSR 1913+16** (1982):

$$P_p \text{ [s]} = 0.0590299952709(20), \quad dP_p/dt \text{ [10}^{-18}] = 8.628(20), \quad d^2P_p/dt^2 \text{ [10}^{-30}/\text{s]} = -58(1200)$$

$$P \text{ [s]} = 27906.98161(3), \quad dP/dt \text{ [10}^{-12}] = -2.30(22)$$

$$\omega \text{ [deg]} = 178.8656(15), \quad d\omega/dt \text{ [deg/yr]} = 4.2261(7), \quad M_1+M_2 \text{ [M}_O] = 2.8278(7) \text{ (Problem G)}$$

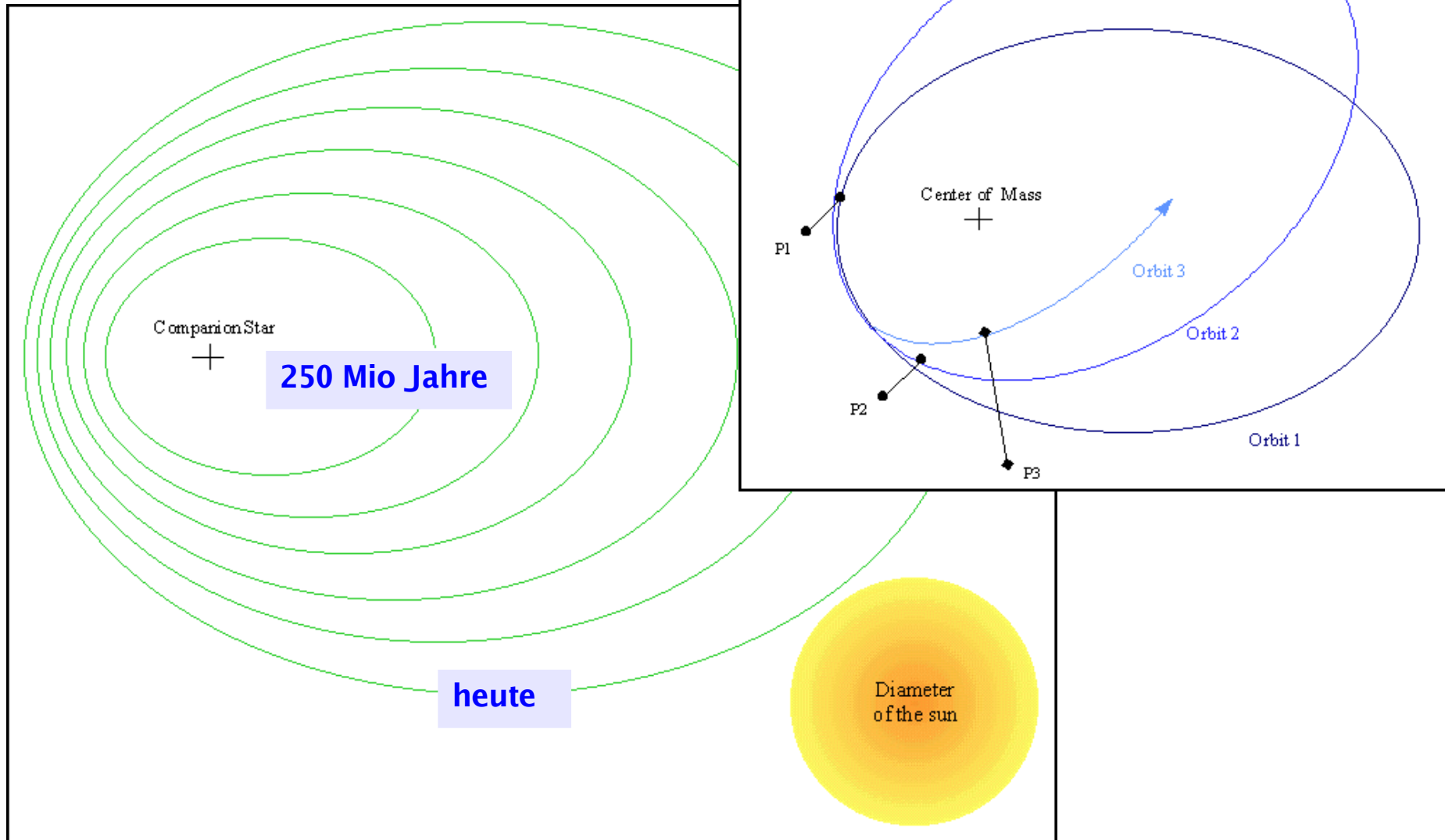
$$a \sin(i) / c \text{ [s]} = 2.34186(24), \quad e = 0.617139(5), \quad \text{astron} \sim 1.1 R_O, \quad \text{apastron} \sim 4.8 R_O,$$

-> **Orbit schrumpft um 3.1 mm / Orbit** -> **Rest-“Lebenszeit”: 300 Mio Jhr**

# 11.2 Enge Doppelsterne

## Binärpulsare:

- Periheldrehung
- Gravitationswellen (Orbit)



# 11. Mehrfachsysteme & Sternhaufen

## 11.3 Akkretionsscheiben

- > Massenflußraten
- > Eddington-Leuchtkraft / -Akkretionsrate
- > Scheiben, dünne Scheiben
- > Drehimpulstransport
- > Turbulenz-Modelle

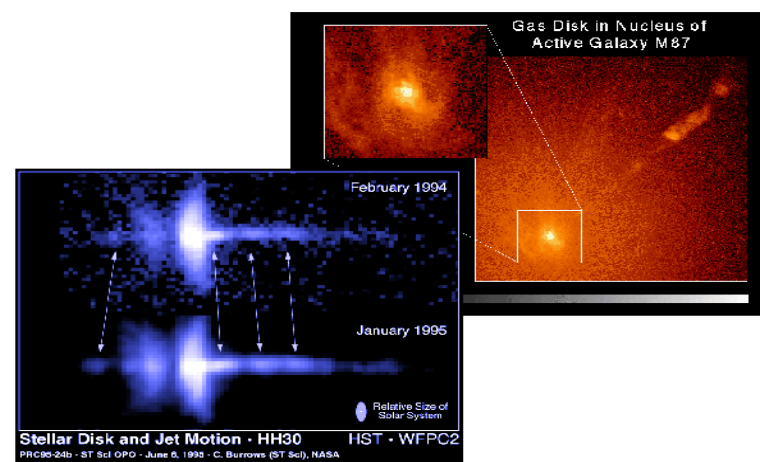


# 11.3 Akkretionsscheiben

## Quellen mit Akkretionsscheiben:

Viele Objekte haben Scheiben:

- > Junge Sterne, Kataklysmische Variable, Pulsare, HMXB, LMXB,  $\mu$ -Quasare, Aktive galaktische Kerne (zB. Quasare)

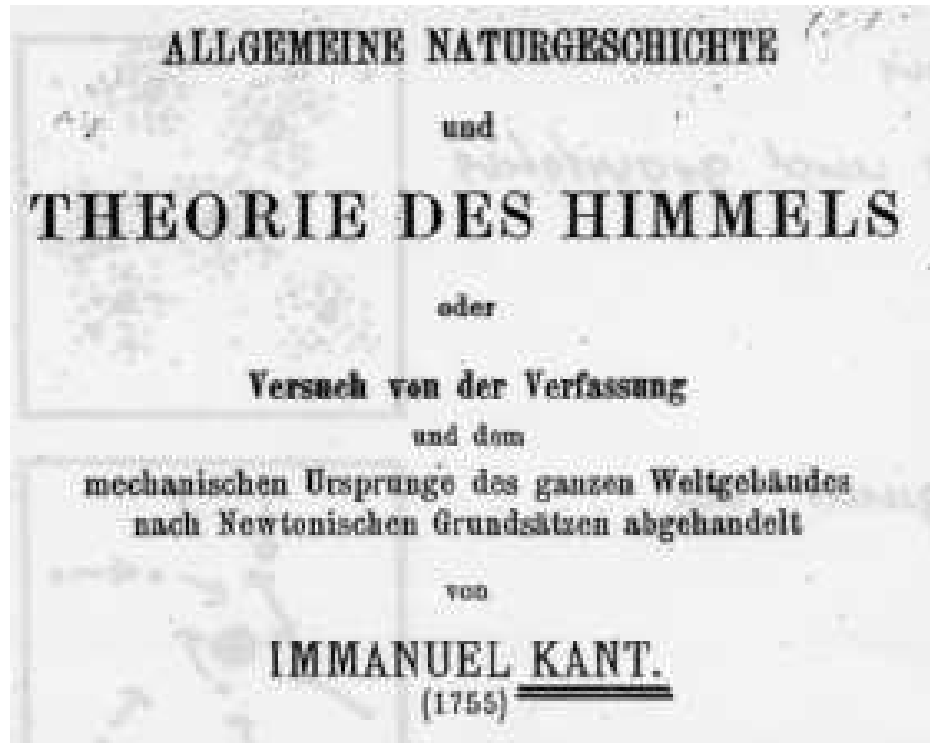


## Geschichtliches:

Kant (1755):

(siehe Text im Appendix)

- “Urnebel” in stochastischer Bewegung, abgeflacht durch Rotation
- Kollisionen -> Energieverluste
  - > **Zentrale Kondensation** (Sonne)
- **Planeten** stammen von lokalen Konzentrationen



Einschub: **Massenflußraten:**

1) Zylinder-Geometrie ( $r, z, \phi$ ; Jetströmung in  $z$ -Richtung):

$$\dot{M} \equiv \frac{dM}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = \rho A \frac{dz}{dt} = \rho A v_z = \pi r^2 \rho v_z$$

2) Sphärische Geometrie ( $r, \theta, \phi$ ; Kugel, Masseneinfall):

$$\dot{M} \equiv \frac{dM}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = -\rho A \frac{dr}{dt} = -\rho A v_r = -4\pi r^2 \rho v_r$$

3) Zylinder-Geometrie ( $r, z, \phi$ ; Akkretionsscheibe, Höhe  $h$ ):

$$\dot{M} \equiv \frac{dM}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = -\rho A \frac{dr}{dt} = -\rho A v_r = -2\pi r h \rho v_r$$

# 11.3 Akkretionsscheiben

## Eddington-Leuchtkraft:

-> Grenzleuchtkraft für Materieeinfall

Betrachte Gravitation und **Strahlungsdruck** (z.B. eines Sterns):

-> Strahlungsdruck einer Quelle mit Leuchtkraft  $L$ :  $\frac{dp}{dt dA} = \frac{L}{4\pi cr^2}$

Wirkungsquerschnitt bei Photonenstreuung an freien Elektronen:

**Thompson Wirkungsquerschnitt:**  $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$

-> Impulsübertrag von Photon auf Elektron ist:  $\frac{dp}{dt} = \sigma_T \frac{dp}{dt dA} = \sigma_T \frac{L}{4\pi cr^2}$

-> **"Eddington Leuchtkraft":**  $L_{\text{edd}}$

für Akkretion: Strahlungsdruck < Gravitation:  $\sigma_T \frac{L}{4\pi cr^2} \leq \frac{GMm_p}{r^2}$

$$L \leq \frac{4\pi Gm_p c}{\sigma_T} M \equiv L_{\text{edd}}$$

$$L_{\text{edd}} = 1.2 \times 10^{35} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \text{ erg s}^{-1}$$

## 11.3 Akkretionsscheiben

### Eddington-Akkretionsrate:

Betrachte durch Akkretion erzeugte Leuchtkraft:  $L_{acc} = \dot{E}_{grav} = \frac{GM}{R} \dot{M}$

Diese muss kleiner als die Eddington-Leuchtkraft sein, um Akkretion weiterhin zu ermöglichen:  $L_{acc} = \frac{GM}{R} \dot{M} < L_{edd}$

Wieviel Leuchtkraft  $L_{acc}$  wird aus dem Materieeinfall erzeugt?

Mit Effizienz  $\eta < 1$  und  $E = Mc^2$ , bzw.

$$L \equiv \dot{E} = \dot{M} c^2 > \eta \dot{M} c^2 \equiv L_{acc}; \quad \dot{M} = \frac{L_{acc}}{\eta c^2}$$

Kritische Akkretionsrate für  $L_{acc} = L_{edd}$ :

$$\dot{M} < \dot{M}_{edd} = \frac{L_{edd}}{\eta c^2}$$

$$\dot{M}_{edd} = 10^{18} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \left( \frac{\eta}{0.1} \right)^{-1} g s^{-1} = 2 \left( \frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right) \left( \frac{\eta}{0.1} \right)^{-1} M_{\odot} yr^{-1}$$

## Scheiben-Akkretion:

= Massen"einfall" unter Berücksichtigung von Rotation / **Drehimpuls**:

-> dynamisches Gleichgewicht zwischen  
**Gravitation**, Druck und **Zentrifugalkraft**

**Aber:** Beispiel Keplerbahnen: stabil -> keine Akkretion (z.B. Planeten)

Gas mit demselben spezifischen Drehimpuls

bewegt sich auf derselben Bahn:  $\tilde{l} = \tilde{l}(r) = \sqrt{GM r}$

-> Nur falls **Drehimpuls** des einfallenden Gases **nach außen abgeführt** wird,

kann Gas von einer Bahn auf die andere "springen": -> **Akkretion**

-> Akkretionsrate:  $\dot{M} = 2 \pi r h \rho v_r$  (mittlere Dichte, Scheibenhöhe h)

-> Benötigter Drehimpulsverlust:  $j \simeq \dot{M} \tilde{l}(r_D) = \dot{M} \sqrt{GM r_D}$   
(Scheibenaußenradius  $r_D$ )

-> Für "Kepler-Scheibe":  $v_\phi = r \Omega \simeq \sqrt{GM/r} \gg v_r$

# 11.3 Akkretionsscheiben

## Scheiben-Akkretion:

**Drehimpulsaustausch:** durch **Reibung** zwischen den Gaspaketen in den Materie-Ringen

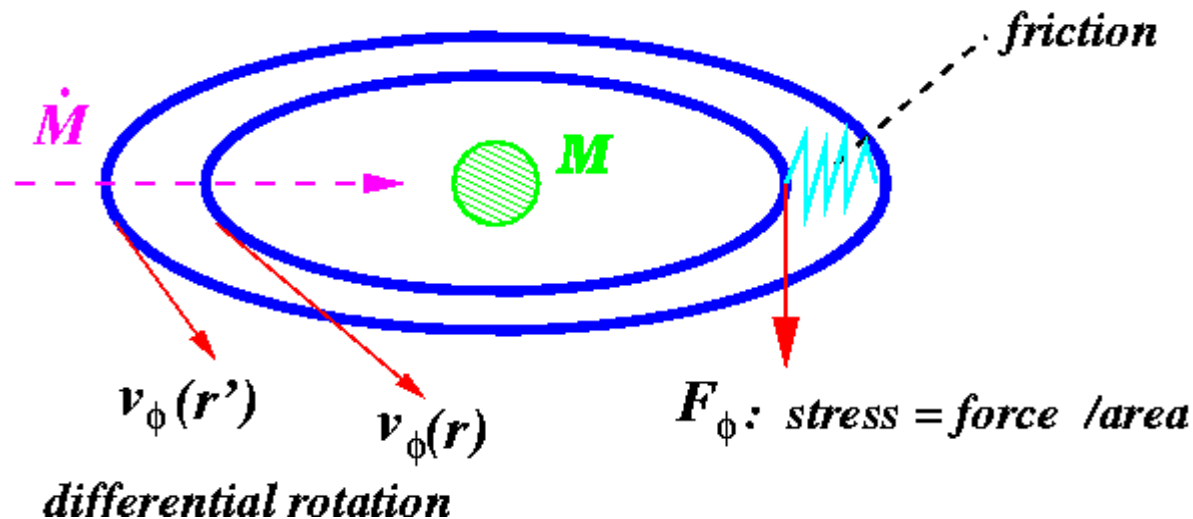
**Reibungskraft:** -> Spannungskraft = Spannung x Fläche:  $|d\vec{F}_\phi| = t_{r\phi} dA$

-> Viskoser **Spannungstensor** =

Transport des i-Impulses in j-Richtung:  $t_{ij} = \rho \nu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v}) \delta_{ij} \right)$

-> Kinematischer **Viskositätskoeffizient**  $\nu$  ist Modell-abhängig

Definition der Viskosität  $\nu$ : Spannung = Kraft/Fläche =  $F/A = \nu \rho V/L$



## Scheiben-Akkretion:

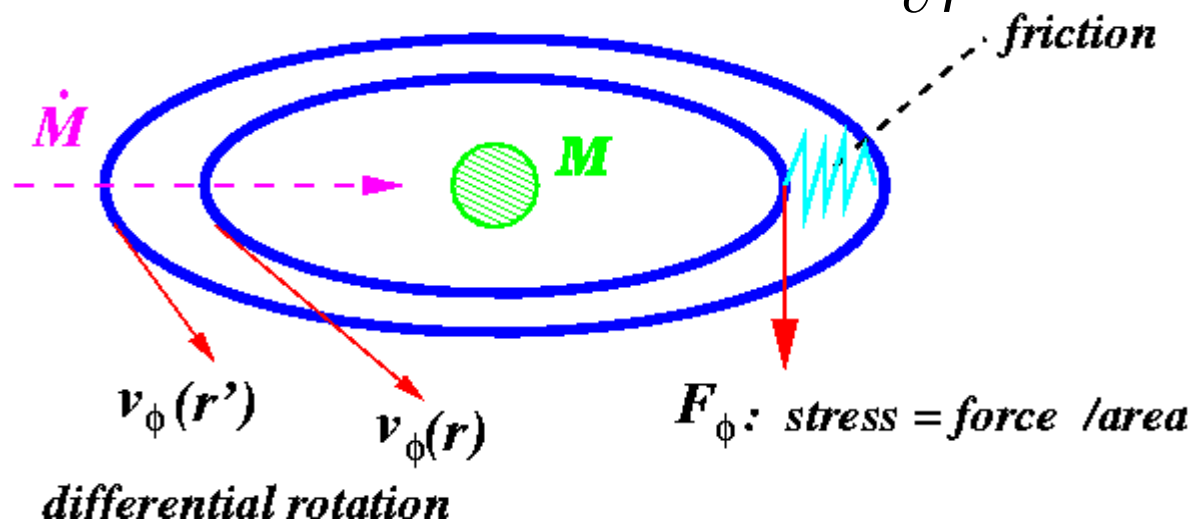
In Scheiben: Spannungstensor für Drehimpulsausstausch:

$$t_{r\phi} = \rho v \left( \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \right) = \rho v r \frac{\partial \Omega(r)}{\partial r}$$

-> In einer Keplerscheibe:  $t_{r\phi} = -\frac{3}{2} \rho v \Omega = -\frac{3}{2} \rho v \sqrt{GM/r^3}$

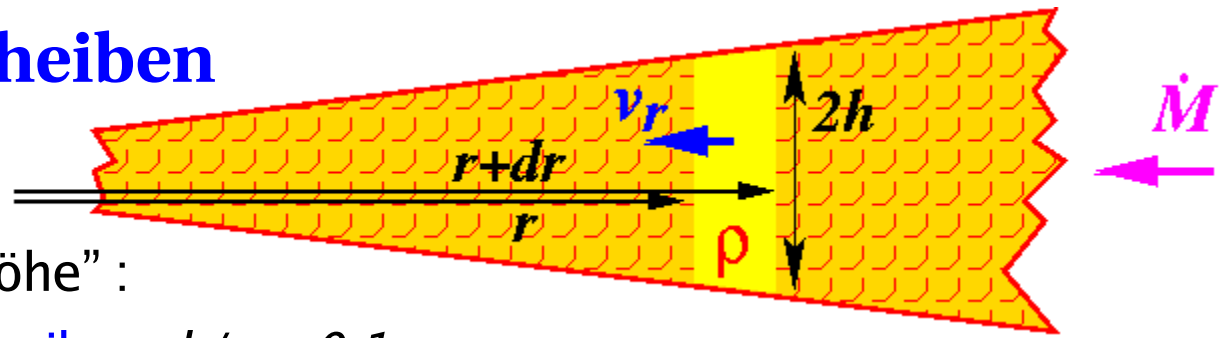
Drehmoment zwischen Ringen:  $W = \int r d\phi \int r t_{r\phi} dz = 2\pi r^3 \rho v \Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial r}$

-> Drehimpulstransport nach außen, wenn  $\frac{\partial \Omega}{\partial r} < 0, \rightarrow W < 0$



# 11.3 Akkretionsscheiben

## “Dünne” Scheiben:



Konzept der “Scheibenhöhe” :

$$h(r) \ll r, \text{ dünne Scheibe: } h/r < 0.1$$

-> Integration über das vertikale Scheibenprofil:

$$\text{Oberflächendichte: } \Sigma \equiv \int \rho(r, z) dz \quad \text{“Scheibenhöhe”}: h = \frac{\Sigma}{2\bar{\rho}}$$

-> Vertikale Gravitationskraft:  $F_{G,z} = \rho GM z r^{-3}$

-> Integration der hydrostatischen Gleichung:  $\rho(z; r) = \rho_0(r) \exp\left(-\frac{z^2}{2h}\right)$

-> Gaußprofil der vertikalen Dichte-/Druck-Schichtung

-> Bedingung für dünne Scheibe: thermische Energie < potentielle Energie

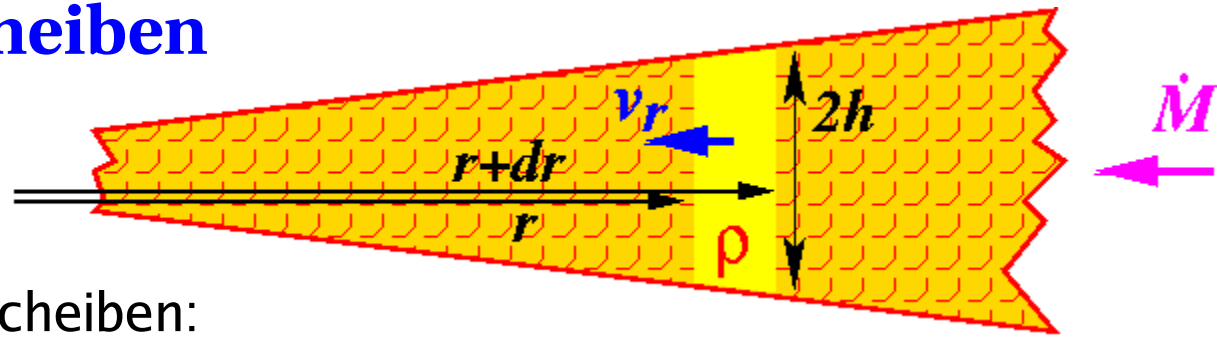
$$k_B T \ll m_p G M / r$$

-> OK für “kühle Scheiben” -> effiziente Abstrahlung/Kühlung benötigt



# 11.3 Akkretionsscheiben

“Dünne” Scheiben:



Zeitentwicklung dünner Scheiben:

-> Wegen  $v_z = 0$  entkoppelt das System der HD-Gleichungen:

Massenerhaltung:  $\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \rightarrow \quad \partial_t \Sigma + \frac{1}{r} \partial_r (r \Sigma v_r) = 0$

+  
Drehimpulserhaltung:  $\partial_t (r^2 \Sigma \Omega) + \partial_r (r^3 \Sigma \Omega v_r) = \frac{1}{2\pi} \partial_r W$

=  
Akkretionsgeschwindigkeit:  $v_r = \frac{\partial_r (r^3 v \Sigma \partial_r \Omega)}{r \Sigma \partial_r (r^2 \Omega)}$

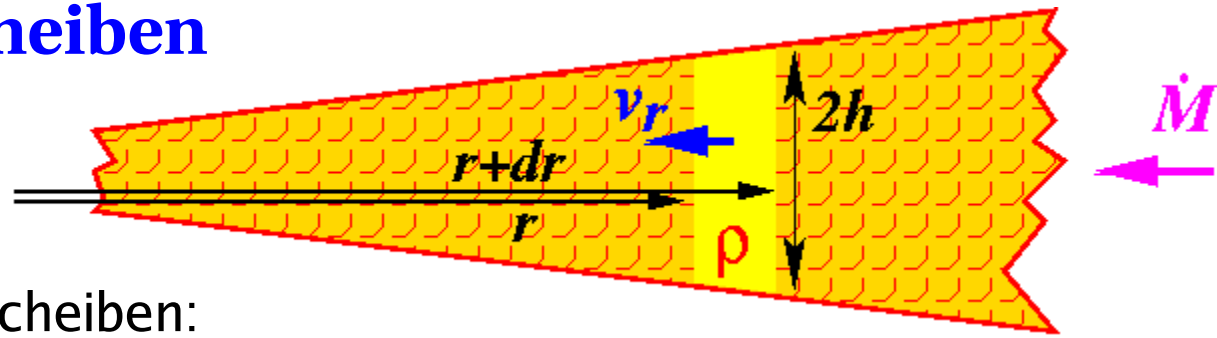
-> Massenakkretionsrate:  $\dot{M} = -2\pi r \Sigma v_r$

-> **Hängen von Scherung und Viskosität ab!**

-> Gesucht: **Modell für Viskosität ??**

# 11.3 Akkretionsscheiben

“Dünne” Scheiben:



Zeitentwicklung dünner Scheiben:

-> Wegen  $v_z = 0$  entkoppelt das System der HD-Gleichungen:

Massenerhaltung:  $\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \rightarrow \quad \partial_t \Sigma + \frac{1}{r} \partial_r (r \Sigma v_r) = 0$

+  
Drehimpulserhaltung:  $\partial_t (r^2 \Sigma \Omega) + \partial_r (r^3 \Sigma \Omega v_r) = \frac{1}{2\pi} \partial_r W$

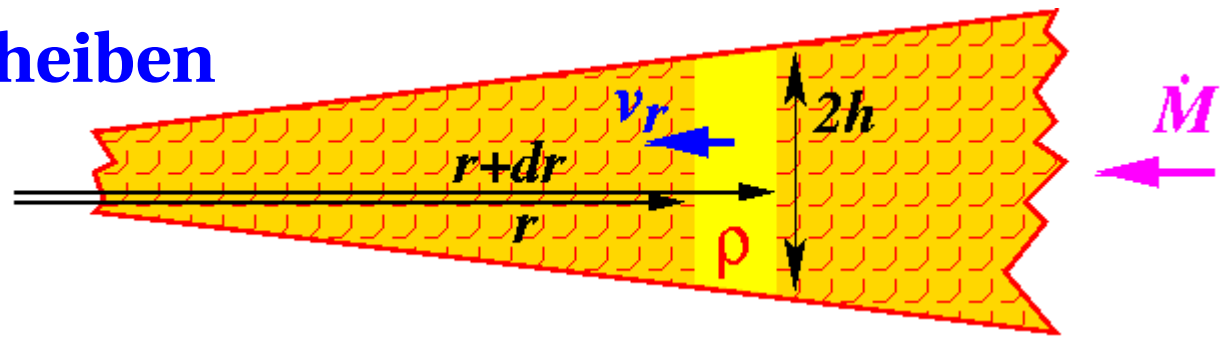
=  
Akkretionsgeschwindigkeit:  $v_r = \frac{\partial_r (r^3 v \Sigma \partial_r \Omega)}{r \Sigma \partial_r (r^2 \Omega)}$

-> Massenakkretionsrate:  $\dot{M} = -2\pi r \Sigma v_r = -2\pi r \Sigma \frac{\partial_r (r^{\color{red}\circ} v \Sigma \partial_r \Omega)}{r \Sigma \partial_r (r^2 \Omega)}$

-> **Hängen von Scherung und Viskosität ab!**

-> Gesucht: **Modell für Viskosität ??**

# 11.3 Akkretionsscheiben



## Energie-Budget

Stationäre axialsymmetrische dünne Akkretionsscheiben:

- > Energieerhaltung: Akkretion -> Energiegewinn aus potentieller Energie
  - > Bahnenergie
  - > Drehimpulstransport nach außen
  - > **Heizung** durch viskose Reibung
- > **viskose Scherung generiert lokal Wärme Q** mit Rate:

$$\dot{Q} \equiv \rho T \dot{s} = \nu \Sigma \left( r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2 = \frac{\dot{M} \Omega^2}{2\pi} \left| \frac{d \ln \Omega}{d \ln r} \right| \left( 1 - \left( \frac{r_i}{r} \right)^2 \frac{\Omega(r_i)}{\Omega(r)} \right)$$

-> Für Keplerscheibe:

$$\dot{Q}(r) = \frac{3}{4\pi} \frac{GM\dot{M}}{r^3} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_i}{r}} \right)$$

# 11.3 Akkretionsscheiben

## Scheibenspektren

Stationäre axialsymmetrische dünne Akkretionsscheiben:

Bei instantaner (vertikaler) Abstrahlung der erzeugten Wärme:

-> **Totale Scheibenleuchtkraft** (Integration):

$$L_{total} = \frac{1}{2} \frac{GM\dot{M}}{r_i}$$

**Spektrale Energieverteilung:**

-> Annahme: (lokales) thermisches Gleichgewicht:

-> Scheibenringe = **Schwarze Körper**:  $\dot{Q}^-(r) = \sigma_{SB} T_S^4(r)$

-> mit  $\dot{Q}^- = \dot{Q}$  folgt:  $T_S = \left( \frac{3}{8\pi} \frac{GM\dot{M}}{\sigma_{SB} r^3} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_i}{r}} \right) \right)^{1/4} \sim r^{-3/4}$

-> Lokales **Spektrum** aus lokalen Schwarzkörperstrahlung:

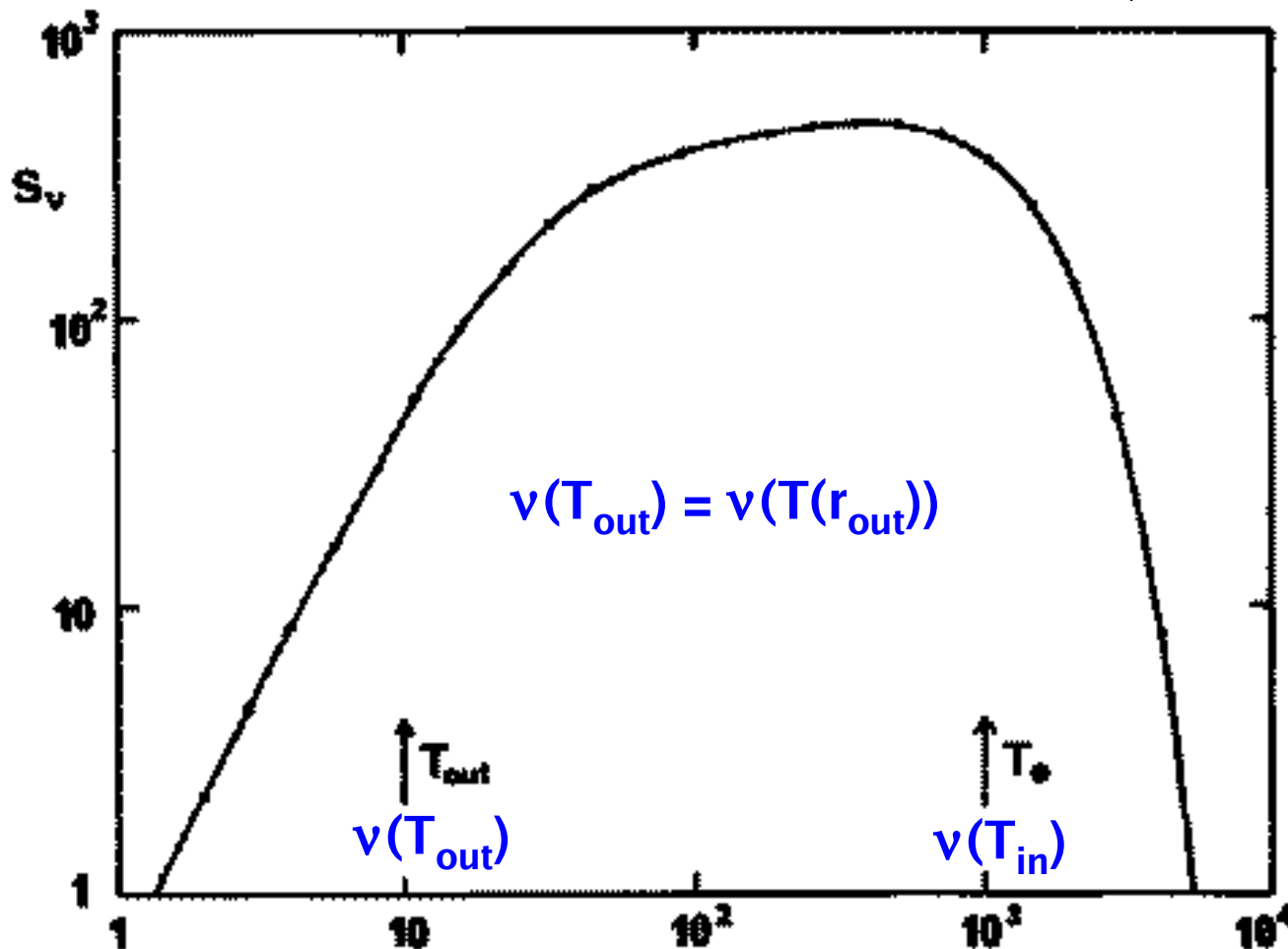
$$B_\nu(T_S(r)) \sim \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/k_B T_S(r)) - 1}$$

# 11.3 Akkretionsscheiben

## Scheibenspektren

Stationäre axialsymmetrische dünne Akkretionsscheiben:

-> **Scheibenspektrum:** Integration:  $S_\nu \sim \int_{r_i}^{r_{out}} B_\nu(T_S(r)) 2\pi r dr$



$S_\nu(\nu)$ ,  
normalisierte  
Einheiten  
( Pringle 1981)

# 11.3 Akkretionsscheiben

**$\alpha$ -Parametrisierung** (Shakura & Sunyaev 1973)

**Tatbestand:**

Die **molekulare Viskosität** ist zu klein um die Beobachtungen zu erklären:

Mit  $\nu = v l$  und  $v = v_{therm}$  und  $l = 10 \text{ cm}$  (mean free path):

-> (molekulare) viskose Akkretionszeitskala  $\tau \sim r^2 / \nu \sim 10^{15} \text{ yrs}$

**Idee:** super-effektive Viskosität, durch **Reibung von Turbulenzzellen**

“Vorteil”: **große** typische Länge (Zellgröße):  $l < h$  (Scheibenhöhe.)

**große** typische Geschwindigkeit:  $v < c_s$  (Schallgeschw.)

$$\text{->> } \nu = \alpha c_s h$$

-> Parameter  $\alpha < 1$  ist “**Beobachtungs-Parameter**” für versch. Quellen

-> kann aus numerischen Simulationen abgeleitet werden:  $0.0001 < \alpha < 1$

-> **Achtung:** das ist ein (extrem erfolgreicher) Trick - (noch) keine Physik

**-> meist zitierte Publikation der Astronomie / Astrophysik!!**

# 11.3 Akkretionsscheiben

## $\alpha$ -Parametrisierung (Shakura & Sunyaev 1973)

-> Lösung der stationären hydrodynamischen Gleichungen für Scheibenakkretion:

Im Originalpapier für Scheiben um **kompakte Objekte** gelöst:

- Radius in Schwarzschildradien
- Masse in Sonnenmassen
- Akkretionsrate in Eddington-akkretionsraten

Lösung hier für Scheiben mit **starkem Strahlungsdruck**:

- Scheibenhöhe  $z_0$
- Oberflächendichte  $u_0$
- Energiedichte  $\varepsilon$
- Teilchendichte  $n$
- Akkretionsgeschwindigkeit  $v_r$
- Magnetfeldstärke  $H$

-> **Potenzgesetze:**  $r^\Gamma$

$$\text{a) } P_r \gg P_g, \sigma_T \gg \sigma_{\text{ff}}$$

$$z_0[\text{cm}] = \frac{3}{8\pi} \frac{\sigma_T}{c} \dot{M} (1 - r^{-1/2}) = 3.2 \cdot 10^6 \dot{m} (1 - z^{-1/2}) \quad (2.8)$$

$$u_0 \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right] = \frac{64\pi}{9\alpha} \frac{c^2}{\sigma^2} \frac{1}{\omega \dot{M} (1 - r^{-1/2})} \\ = 4.6 \alpha^{-1} \dot{m}^{-1} r^{3/2} (1 - r^{-1/2})^{-1},$$

$$\varepsilon \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3} \right] = 2 \frac{c}{\sigma} \omega = 2.1 \cdot 10^{15} \alpha^{-1} m^{-1} r^{-3/2},$$

$$n[\text{cm}^{-3}] = \frac{u_0}{2m_p z_0} \\ = 4.3 \cdot 10^{17} \alpha^{-1} \dot{m}^{-2} m^{-1} r^{3/2} (1 - r^{-1/2})^{-2}$$

$$v_r \left[ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right] = \frac{\dot{M}}{2\pi u_0 R} \\ = 7.7 \cdot 10^{10} \alpha \dot{m}^2 r^{-5/2} (1 - r^{-1/2})$$

$$H[\text{Gauss}] \leq \sqrt{\frac{4\pi}{3} \alpha \varepsilon} = 10^8 m^{-1/2} r^{-3/4}.$$

# 11.3 Akkretionsscheiben

## $\alpha$ -Parametrisierung (Shakura & Sunyaev 1973)

Beispiele: Shakura-Sunyaev-Scheiben verschiedener Quellen:

### 1) Teilchendichte von Scheiben junger Sterne und junger Planeten:

$$\begin{aligned} n(r) &= 1.6 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \alpha^{-7/10} \left( \frac{\dot{M}}{6 \times 10^{-5} M_J \text{ yr}^{-1}} \right)^{11/20} \left( \frac{M}{M_J} \right)^{5/8} \left( \frac{r}{15 R_J} \right)^{-15/8} \\ &= 2.8 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \alpha^{-7/10} \left( \frac{\dot{M}}{1.2 \times 10^{-7} M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right)^{11/20} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{5/8} \left( \frac{r}{15 R_\odot} \right)^{-15/8} \end{aligned}$$

### 2) Massendichte in der Scheibe um ein stellares Schwarzes Loch:

$$\rho(r) = 7.2 \times 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \left( \frac{\alpha}{0.001} \right)^{-1} \left( \frac{\dot{M}}{M_{\text{edd}}} \right)^{-2} \left( \frac{r}{3 R_S} \right)^{3/2} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1} \left( 1 - \left( \frac{r}{3 R_S} \right)^{-1/2} \right)^{-2}$$

Parameter: Jupiter- u. Sonnenmasse und -radius, Schwarzschildradius



# 11.3 Akkretionsscheiben

## Ursache der turbulenten Scheiben-Viskosität

-> lange Zeit völlig unbekannt ...

-> dünne Keplerscheiben sind eigentlich "stabil" und sollten keine Turbulenz entwickeln

**Lösung:** Model von **Balbus & Hawley 1991:**

-> **Magneto-Rotations-Instabilität:**

(Schwache) Magnetfelder verbinden

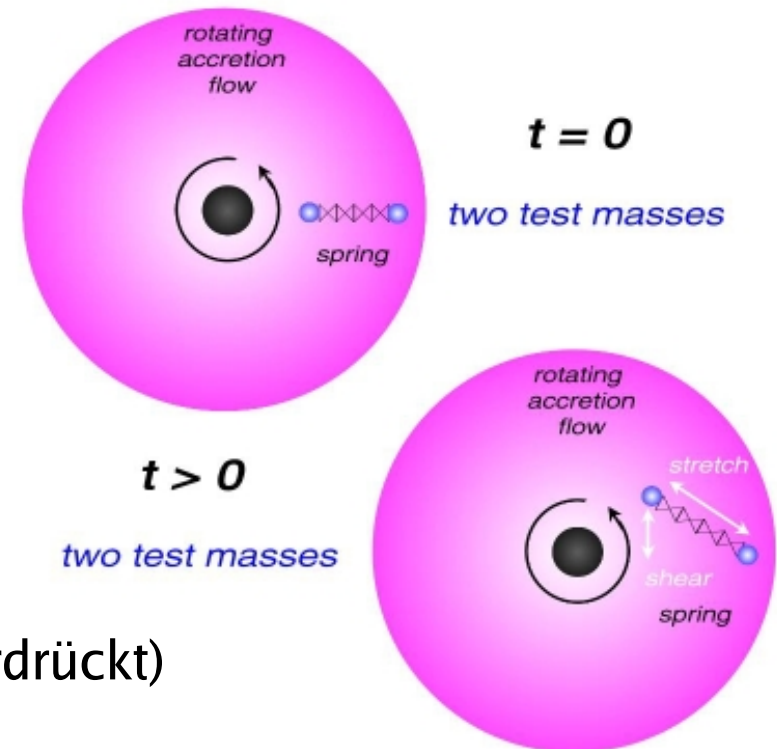
Gaspakete auf verschiedenen

Keplerbahnen und tauschen

Drehimpuls aus

-> **Instabilität**

(wird durch starke Magnetfelder unterdrückt)



# Einführung in die Astronomie und Astrophysik I

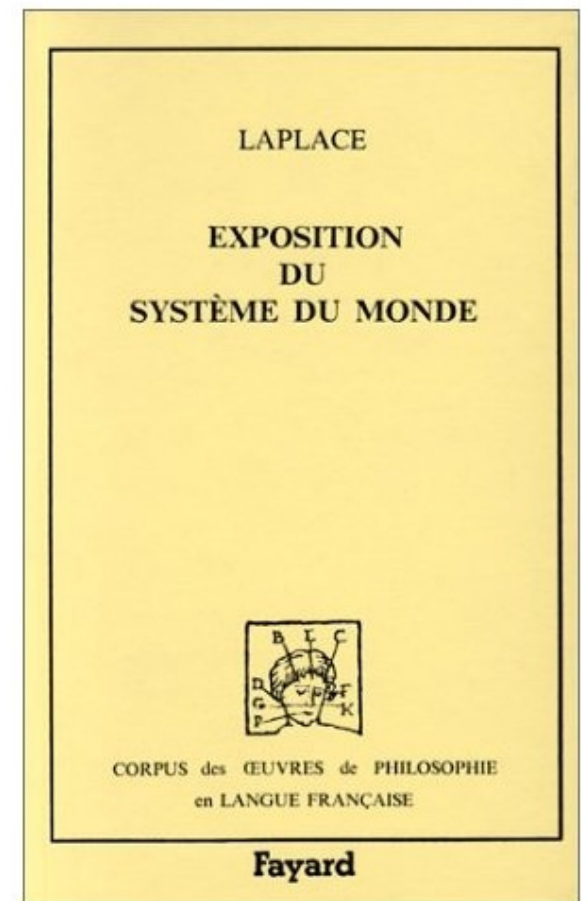
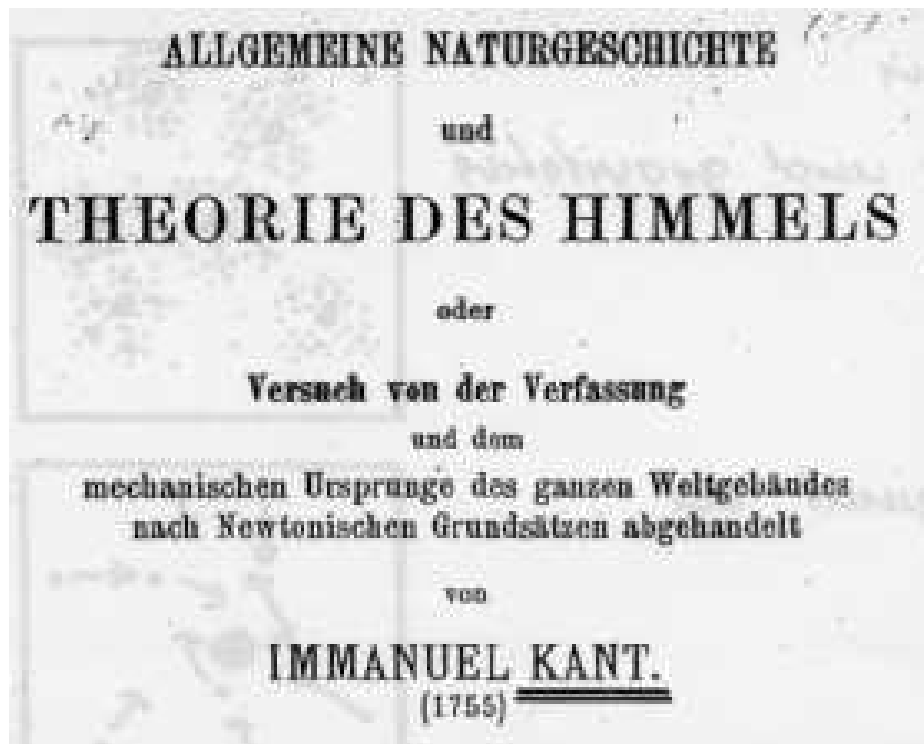
- 17.10. Einführung: Überblick & Geschichte (H.B.)
- 24.10. Sternpositionen, Koordinaten, Zeitmessung (C.F.)
- 31.10. Teleskope und Instrumentierung (H.B.)
- 07.11. Strahlung, Strahlungstransport (C.F.)
- 14.11. Planetensystem(e) & Keplergesetze (H.B.)
- 21.11. Sterne, Typen / Klassifikation, HR-Diagramm (C.F.)
- 28.11. Interstellare Materie: Chemie & Matriekreislauf (H.B.)
- 05.12. Sternentstehung, Akkretionsscheiben & Jets (H.B.)
- 12.12. Sternaufbau & -entwicklung: Sternparameter, Hauptreihe (C.F.)
- 19.12. Sternentwicklung: Energieerzeugung, Endstadien (C.F.)
- - - Weihnachtspause
- 09.01. Mehrfachsysteme, Sternhaufen (C.F.)
- 16.01. Exoplaneten & Astrobiologie (H.B.)**
- 23.01. Die Milchstraße (H.B.)
- 30.01. Zusammenfassung (C.F. & H.B.)
- 08.02. (Samstag) Prüfung: 15:00 - 17:00, INF 227**

# 11.3 Akkretionscheiben

## Geschichtliches:

**Kant** (1755): (siehe Text im Appendix)

- “**Urnebel**” in stochastischer Bewegung, abgeflacht durch Rotation
- Kollisionen -> Energieverluste
  - > **Zentrale Kondensation** (Sonne)
- **Planeten** stammen von lokalen Konzentrationen



**Laplace** (1799):

**Planetenbildung** aus dem hydrodynamischen Kontinuum  
**Ringe ausgeworfen** aus Sonne  
Ringe kontrahieren zu Kugeln  
- keine differentiale Rotation,  
keine no Kondensationen

# 11.3 Akkretionsscheiben

## Geschichtliches: Kant (1755): Erstes Hauptstück

Von dem **Ursprunge des planetischen Weltbaues** überhaupt und den Ursachen ihrer Bewegungen ... Wenn demnach ein Punkt in einem sehr grossen Raume befindlich ist, wo die Anziehung der daselbst befindlichen Elemente stärker als allenthalben um sich wirkt: so wird der in dem ganzen Umfange ausgebreitete Grundstoff elementarischer Partikeln sich zu diesem hinsenken.

Die erste Wirkung dieser allgemeinen Senkung ist die **Bildung eines Körpers**... Wenn die Masse dieses Centralkörpers so weit angewachsen ist, dass die Geschwindigkeit, womit er die Theilchen von grossen Entfernungen zu sich zieht, durch die schwachen Grade der Zurückstossung, womit selbige einander hindern, seitwärts gebeugt, in Seitenbewegungen ausschlägt, die den Centralkörper mittelst der **Centerfliehkraft** in einem Kreise zu umfassen im Stande sind: so erzeugen sich grosse Wirbel von Theilchen, deren jedes für sich krumme Linien durch die Zusammensetzung der anziehenden und der **seitwärtsgelenkten Umwendungskraft** beschreibt; ... Indessen sind diese auf mancherlei Art unter einander streitende Bewegungen natürlicher Weise bestrebt, einander zur Gleichheit zu bringen, ....

Dieses geschieht erstlich, indem die Theilchen einer Bewegung so lange einschränken, bis **alle nach einer Richtung fortgehen**; zweitens, dass die Partikeln ihre Verticalbewegung, mittelst der sie sich dem Centro der Attraction nähern, so lange einschränken, bis sie alle **horizontal, d.i. in parallel laufenden Zirkeln um die Sonne als ihren Mittelpunkt bewegt, einander nicht mehr durchkreuzen und durch die Gleichheit der Schwungkraft mit der senkenden sich in freien Zirkelläufen in der Höhe, da sie schweben, immer erhalten** In diesem Zustande, da alle Theilchen nach einer Richtung und in parallel laufenden Kreisen, nämlich in freien Zirkelbewegungen, durch die erlangte Schwungkraft um den Centralkörper **laufen**, ist der Streit und der Zusammenlauf der Elemente gehoben, und alles ist in dem Zustande der kleinsten Wechselwirkung. Dieses ist die natürliche Folge, darein sich allemal eine Materie, die instreitenden Bewegungen begriffen ist, versetzt.

**Dieser Körper in dem Mittelpunkte der Attraction**, der diesem zu zufolge das Hauptstück des planetischen Gebäudes durch die Menge seiner versammelten Materie geworden ist, **ist die Sonne**, ob sie gleich diejenige flammende Gluth als dann noch nicht hat, die nach völlig vollendeter Bildung auf ihrer Oberfläche hervor bricht.

# 11. Mehrfachsysteme & Sternhaufen

## 11.4 Sternhaufen

- > offene Haufen
- > Kugelsternhaufen
- > HRD/FHD, Alter

# 11.4 Sternhaufen

Definiert durch lokale **Überhäufigkeit an Sternen**

- > **Offene Sternhaufen:** etwa 1000 bekannt, am Himmel entlang der Milchstraße
- > **Sternassoziationen:** lose Ansammlungen von Sternen bestimmten Typs, z.B. OB-Sterne, T Tauri-Sterne
- > **Kugelsternhaufen:** sphärische Ansammlungen mit starker zentraler Dichtekonzentration konzentriert Richtung galaktisches Zentrum

-> **alle Sterne eines Haufens bei der gleichen Entfernung!!**

- > Wichtige Objekte zum Verständnis der Sternentwicklung -> **HRD/FHD**
- > Vergleich der Sterne innerhalb des Haufens, Sternentwicklung
- > Altersbestimmung durch stellare Lebenszeiten





# 11.4 Sternhaufen

## Offene Sternhaufen:

Ausdehnung  $\sim 1-10$  pc,

Anzahl der Sterne

$\sim 100 - 10000$ ,

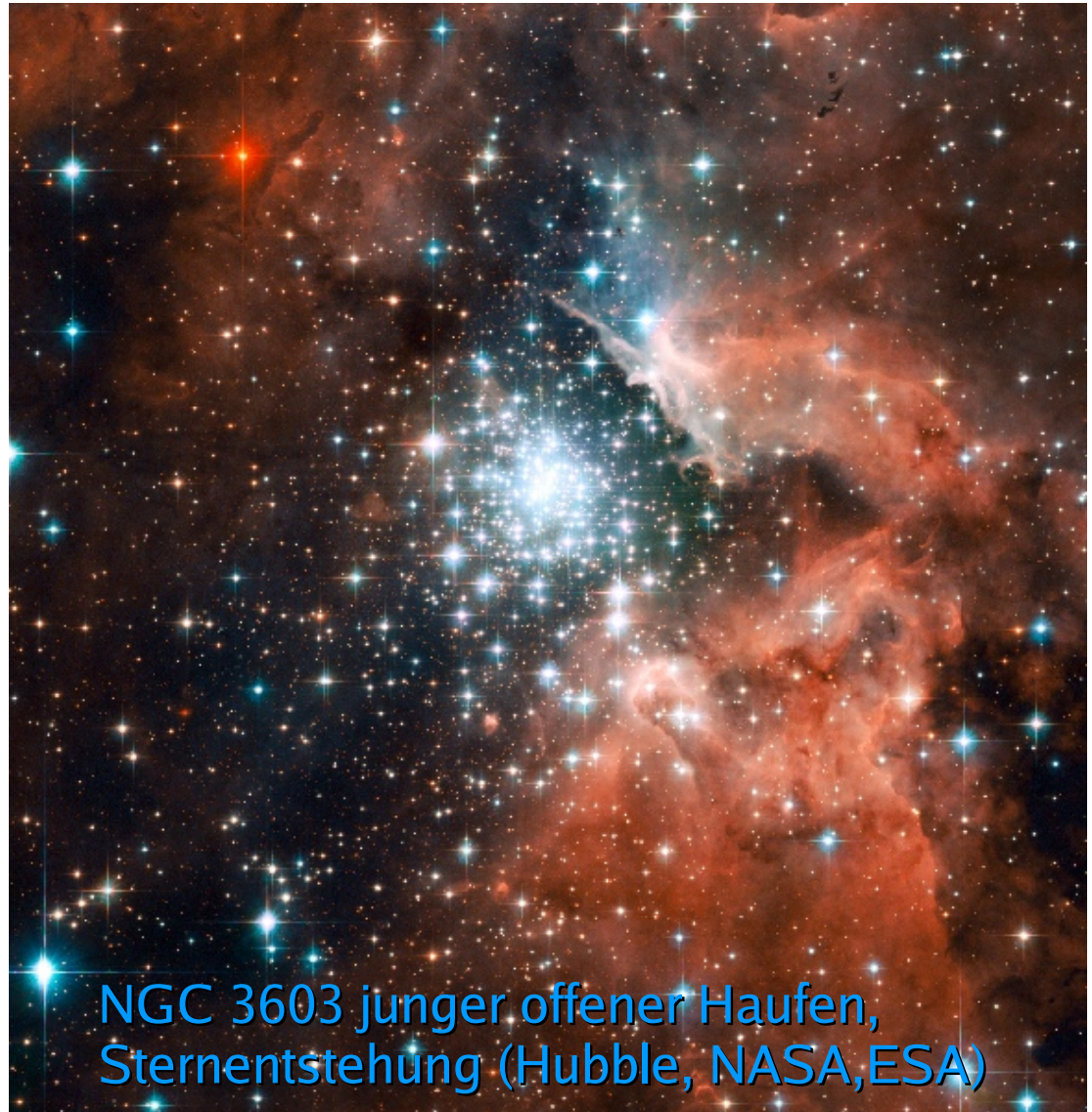
Massen  $100-1000 M_{\odot}$

Dichte-Verteilung der

Sterne unterschiedlich:

-> Konzentration  
(Kompaktheit),

-> oder auch nicht



NGC 3603 junger offener Haufen,  
Sternentstehung (Hubble, NASA, ESA)



## 11.4 Sternhaufen

**Plejaden, M45, Helligkeit  $\sim 1.5$  mag**  
“Siebengestirn”, Sternbild Stier

-> mit dem Auge 6-14 Sterne

->  $\sim 1000$  Sterne,

-> Entfernung  $\sim 400$  Lj,

-> Alter 100 Mio Jahre

-> Ausdehnung 110 arcmin  
(Plejadenbedeckung durch  
Mond am 7.8.2007)

-> Relativ geringe Dichte im Vgl  
mit anderen offenen Haufen

-> Eingebettet in Reflektionsnebel



## 11.4 Sternhaufen

**Plejaden, M45, Helligkeit  $\sim 1.5$  mag**  
“Siebengestirn”, Sternbild Stier

-> mit dem Auge 6-14 Sterne

->  $\sim 1000$  Sterne,

-> Entfernung  $\sim 400$  Lj,

-> Alter 100 Mio Jahre

-> Ausdehnung 110 arcmin

-> Eingebettet in Reflektionsnebel

**Infrarotbild:** Staubstreifen in der  
Molekülwolke, durch die  
sich M45 bewegt

Spitzer Space Telescope: blau: 4.5, grün: 8, rot: 24  $\mu\text{m}$



## 11.4 Sternhaufen

Doppelhaufen  $\eta$  und  $\chi$  Persei, NGC 869 und 884,  
Helligkeit 5.5 und 6.5 mag, Entfernung  $\sim 7100, 7400$  Lj,  
Ausdehnung je 30 arcmin, Separation  $\sim 200$  Lj, Alter 2-8 Mio Jahre



# 11.4 Sternhaufen

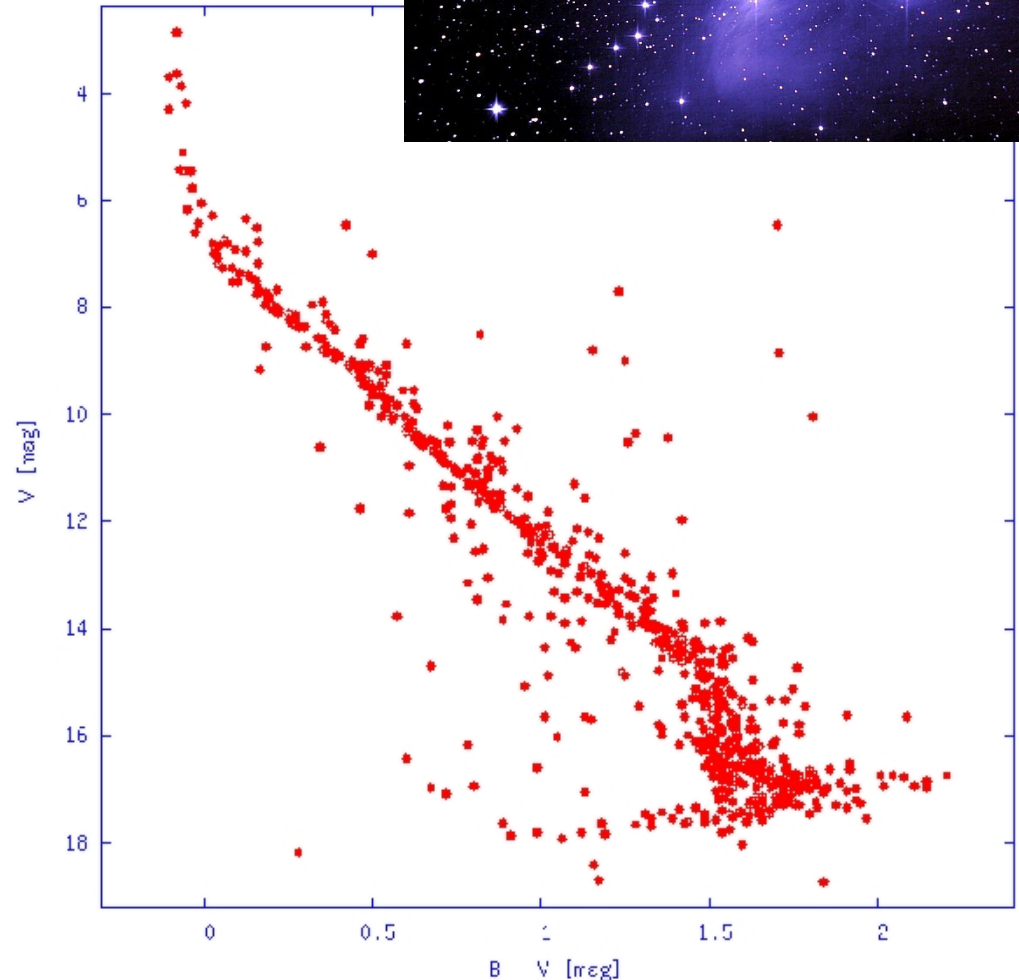
## HRD / FHD der Sternhaufen

Beispiel: Plejaden

-> **Abbiegen** von der  
Hauptreihe bei SpTyp **B8**

-> Massereichere Sterne von  
der HR wegentwickelt,  
z.B. Maia (B8 III), Electra  
(B6 IIIe), Alycone (B7 III)

**Alter: 80-100 Mio Jahre**



# 11.4 Sternhaufen

## HRD / FHD der Sternhaufen

Beispiel: Hyaden / Plejaden

### -> Distanzmessung

(Hipparcos, 22000 Sterne):

Plejaden 375 Lj,

Hyaden 151 Lj

### -> Alter:

Plejaden ~100 Mio Jahre:

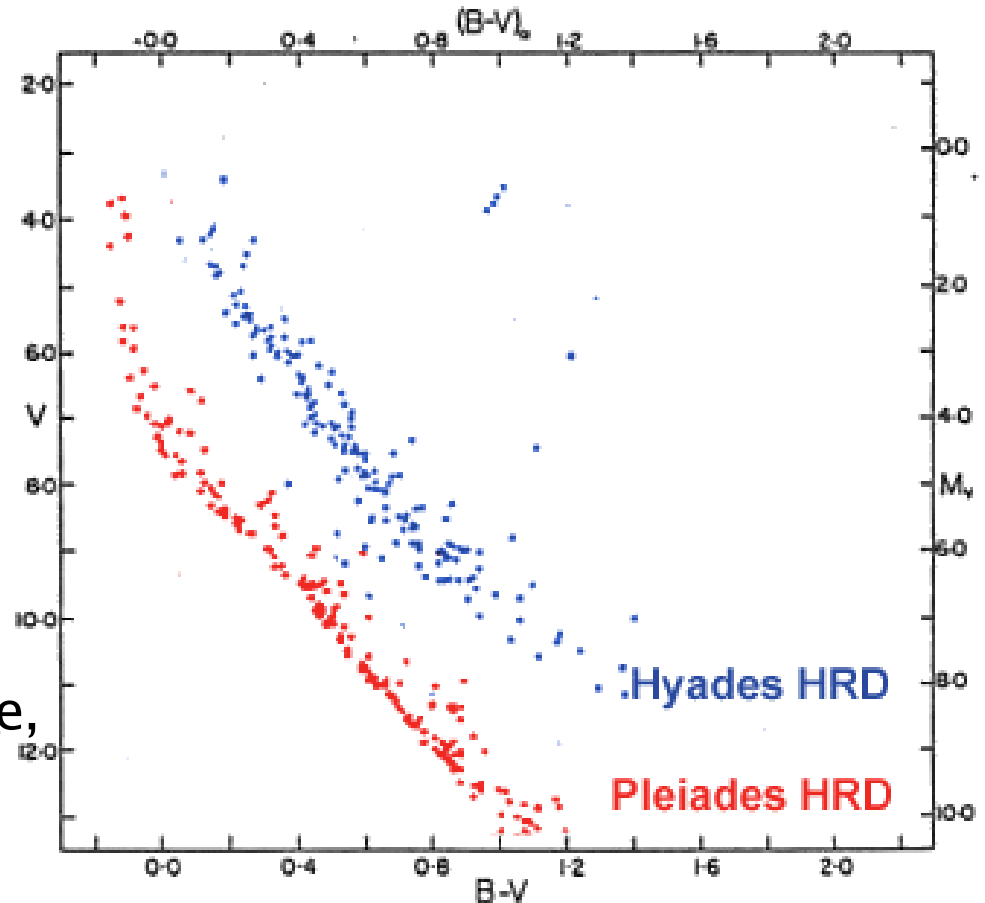
Alle Sterne auf Hauptreihe,

Keine O-Sterne, wenig B-Sterne,  
viele A-Sterne

Hyaden < 1 Mrd Jahre:

Hellste Hauptreihensterne sind

F-Sterne, Rote Riesen vorhanden



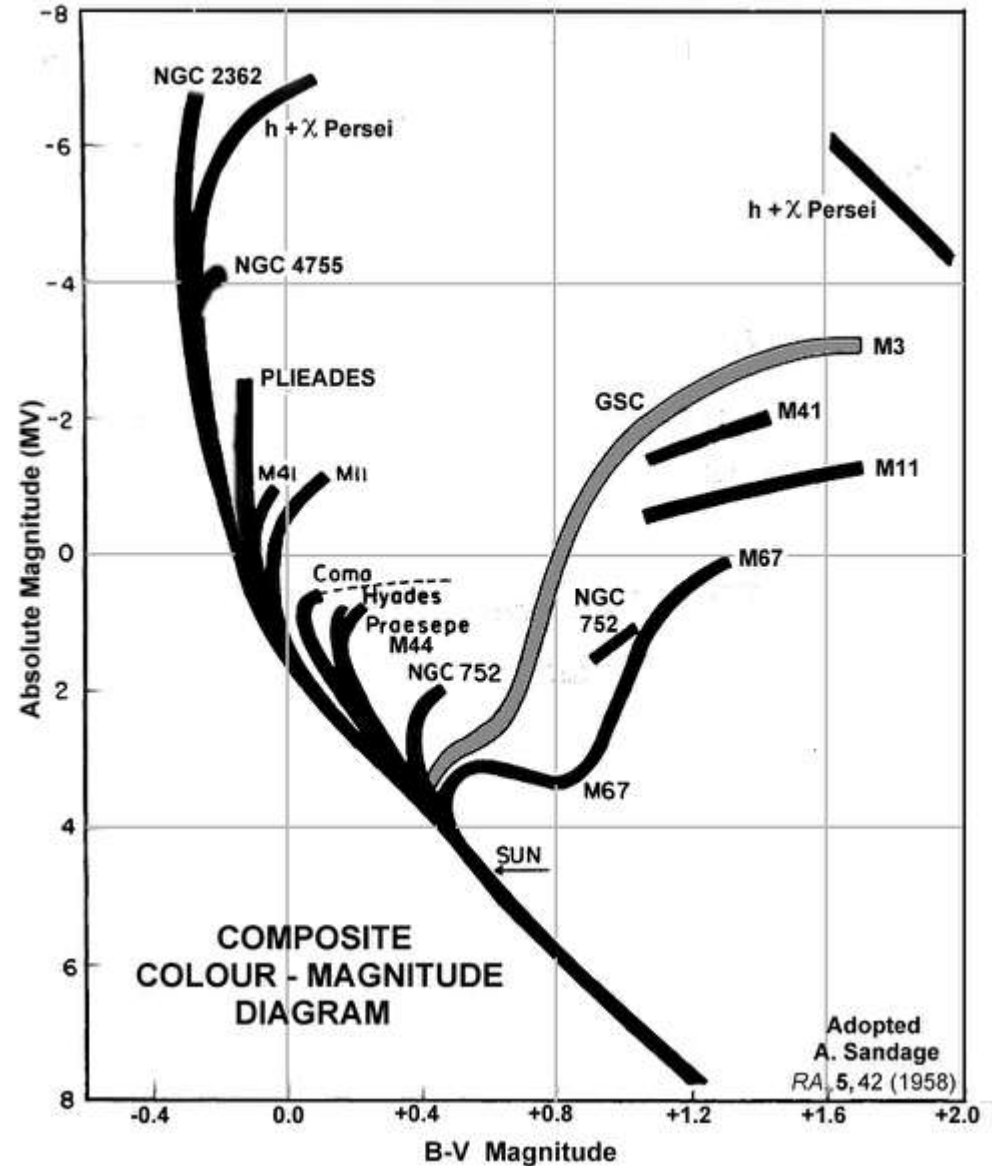
# 11.4 Sternhaufen

## HRD / FHD der Sternhaufen

11 alte und junge offene  
Haufen plus 1  
Kugelsternhaufen

Haufenalter gegeben durch  
Abbiegepunkt ("Knie") am  
Ende der Hauptreihe.

(Nach Allan Sandage 1958)



# 11.4 Sternhaufen

## Kugelsternhaufen (“globular clusters”)

= **Kompakte sphärische Sternhaufen**

~ 150 bekannt in Galaxis (Detektionslimit Galaxienscheibe)

-> Kugelsternhaufen viel massereicher und dichter als offene Haufen:

$$M \sim 10^4 - 10^6 M_{\odot}$$

$$R_C \sim 1 \text{ pc} \quad (\text{halbe Masse befindet innerhalb Core-Radius } R_C)$$

Zum Vergleich Sonnenumgebung:

kein Stern < 1 pc -> Dichte in Kugelsternhaufen ~1000x höher

-> Typischerweise **sehr geringe Leuchtkraft**, bestehend aus leuchtschwachen, kühlen Sternen.

-> Heißeste HR-Sterne sind K-Sterne!!

-> **Sehr alte Systeme**, älter als älteste offenen Haufen



# 11.4 Sternhaufen

## Beispiel: $\omega$ Centauri, NGC 5139

- Hellster ( $\sim 3.7$  mag) und größter galaktischer Kugelhaufen
- Entfernung  $\sim 5000$  pc
- Masse  $\sim 5$  Mio  $M_{\odot}$ 
  - >  $\sim 5$  Mio Sterne
- Radius  $\sim 30$  arcmin  $\sim 90$  Lj
- Alter  $\sim 12$  Mrd Jhr



HST 5x4°

innerer Bereich (Mondgröße), ESO



# 11.4 Sternhaufen

## Beispiel: $\omega$ Centauri, NGC 5139

- Hellster und größter galaktischer Kugelhaufen
- Entfernung  $\sim 5000$  pc
- Masse  $\sim 5$ Mio  $M_{\odot}$
- Radius  $\sim 90$  Lj
- Alter  $\sim 12$  Mrd Jhr

-> Innerster  
Bereich(HST):  
50000 Sterne  
innerhalb 13 Lj

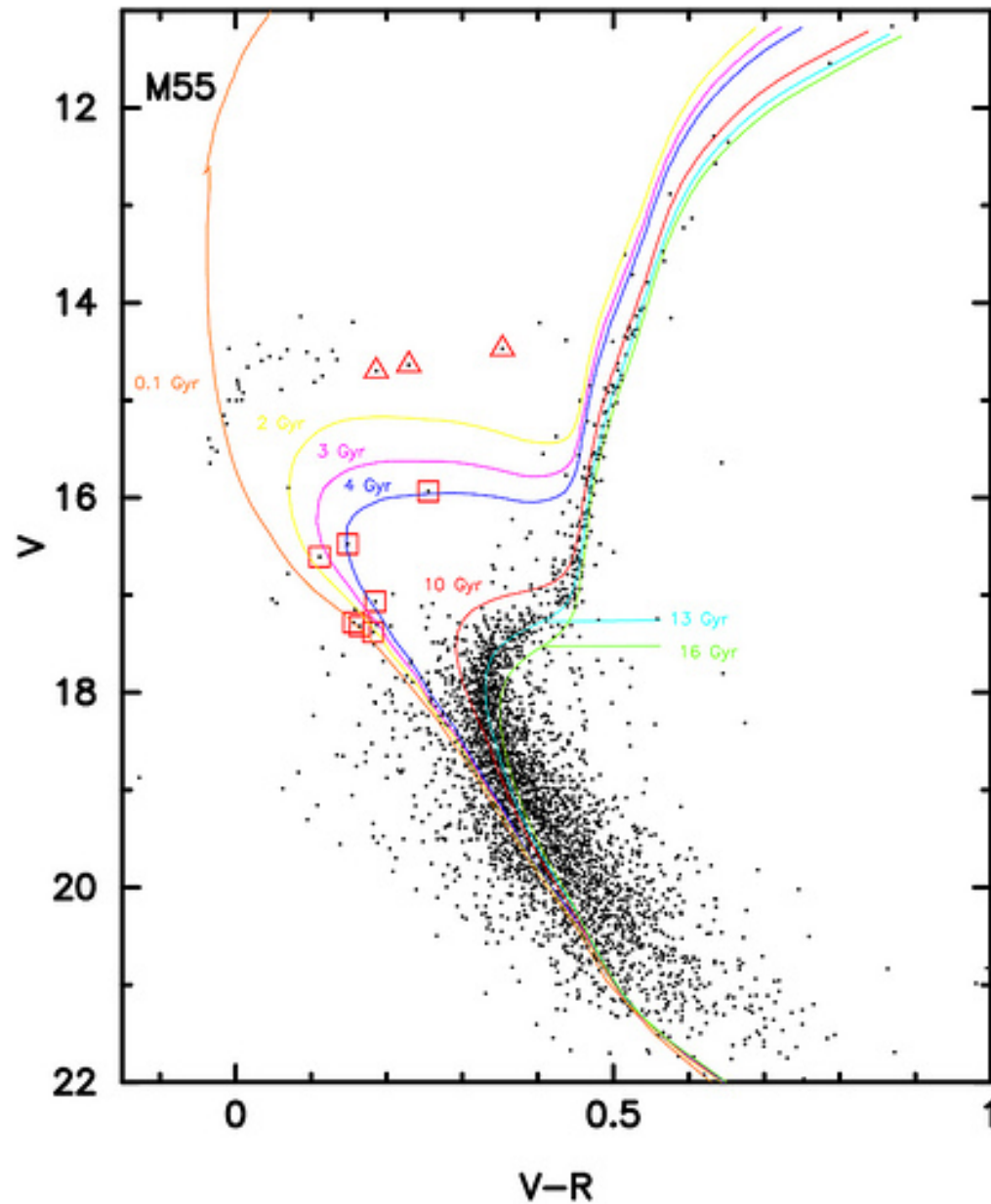
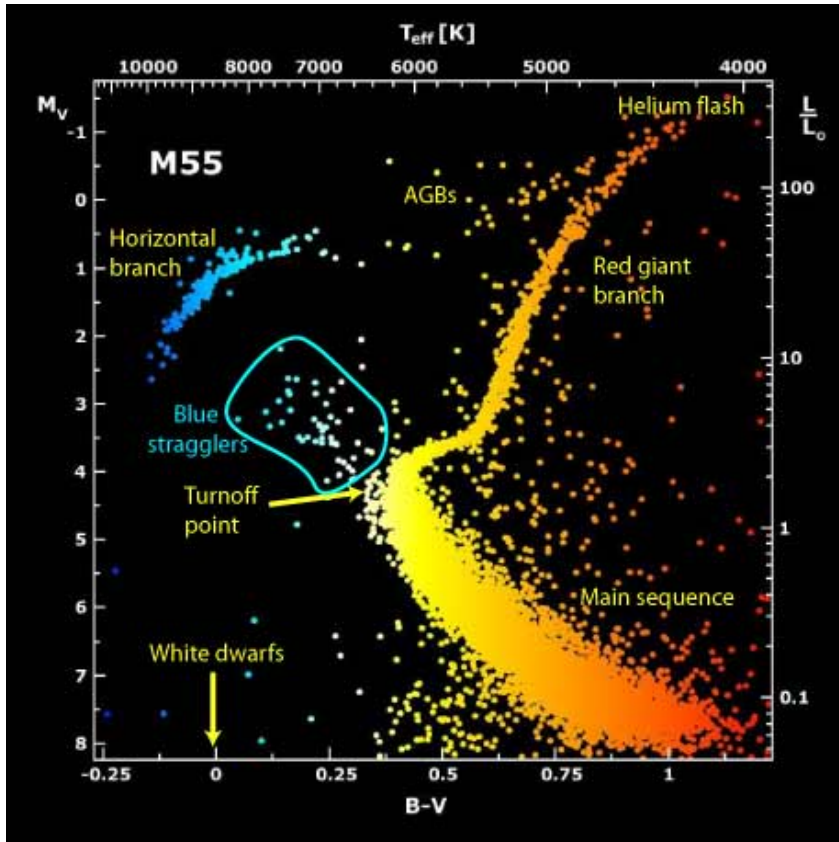




# 11.4 Sternhaufen

## FHD der Kugelsternhaufen

Beispiel: M55



Gemini South data. Yonsai-Yale isochrones,  
[www.flickr.com/photos/astroguy/163131676/](http://www.flickr.com/photos/astroguy/163131676/)

# 11.4 Sternhaufen

## FHD der Kugelsternhaufen

Vergleich:

-> Lage **Alter-Null-**

**Hauptreihe** verschieden

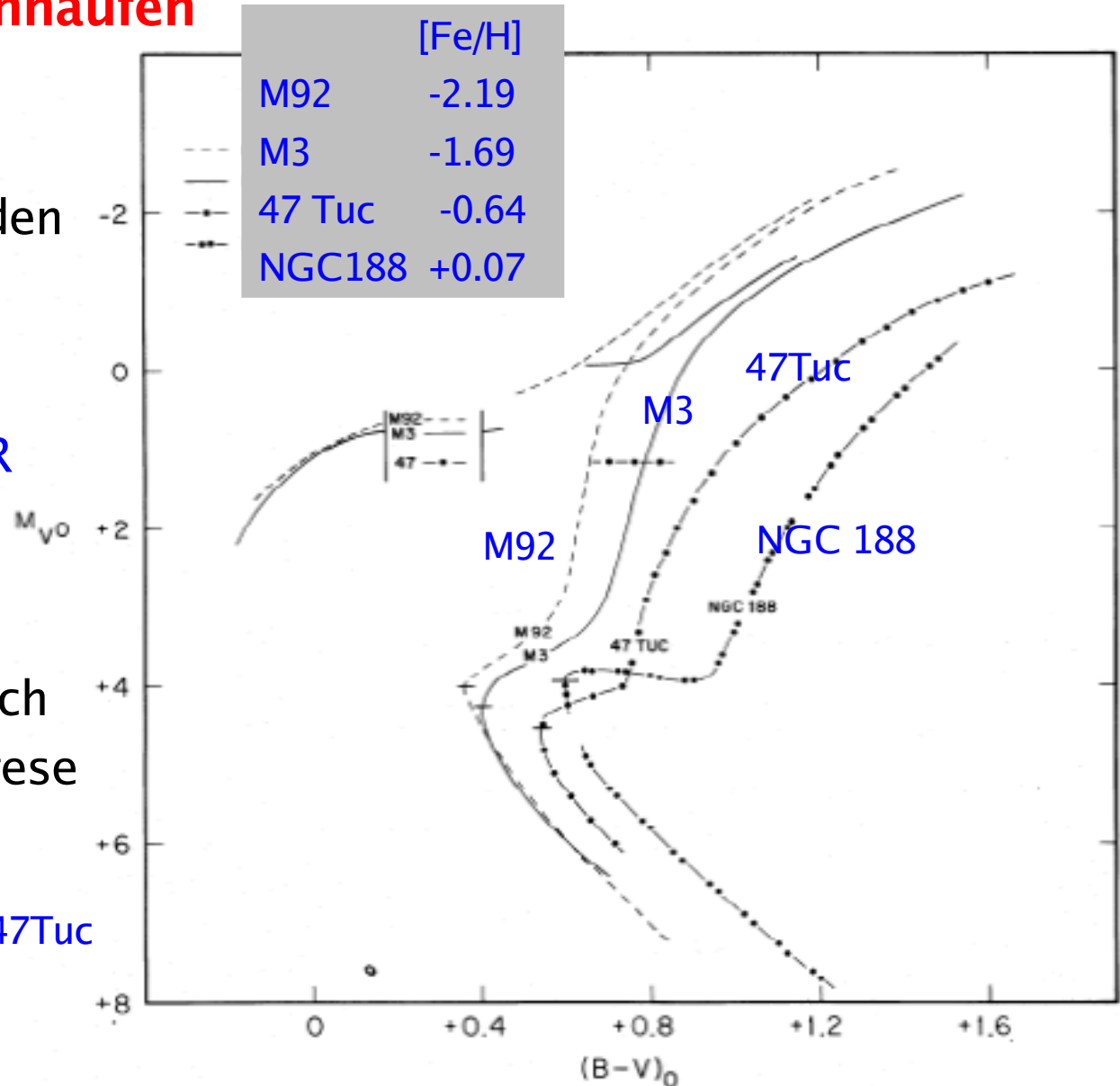
**Grund:**

-> Sternentwicklung /  
Zustand auf der **HR**  
abhängig

von **Metallizität**

-> **Metalle** erzeugt durch  
stellare Nukleosynthese  
-> altersabhängig

FHD der Haufen M92, M3, 47Tuc  
und NGC 188 (offener H.)  
(Sandage ApJ 1982)



# 11.4 Sternhaufen

## Vergleich: **Offene Haufen und Kugelhaufen**

### Offene Haufen:

jung; junge Sterne; metallreich: Sterne der **Population I**

Entstehung durch Kollaps in **Riesenmolekülwolken** (10% in Sterne),  
**gravitativ schwach** gebunden, lokalisiert in der Milchstraßen-**Scheibe**

### Kugelhaufen:

alt; alte Sterne; metallarm:

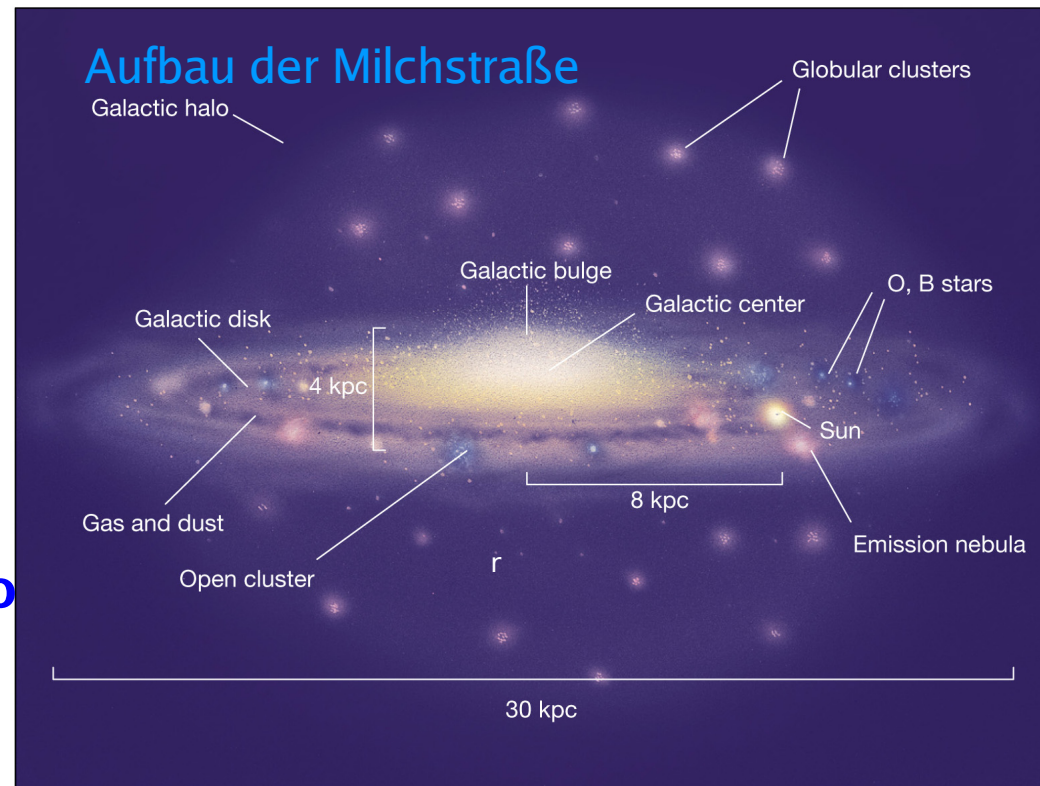
Sterne der **Population II**

Entstehung noch **ungeklärt**

(Sub-Halo-Kollaps während Galaxienentstehung?),

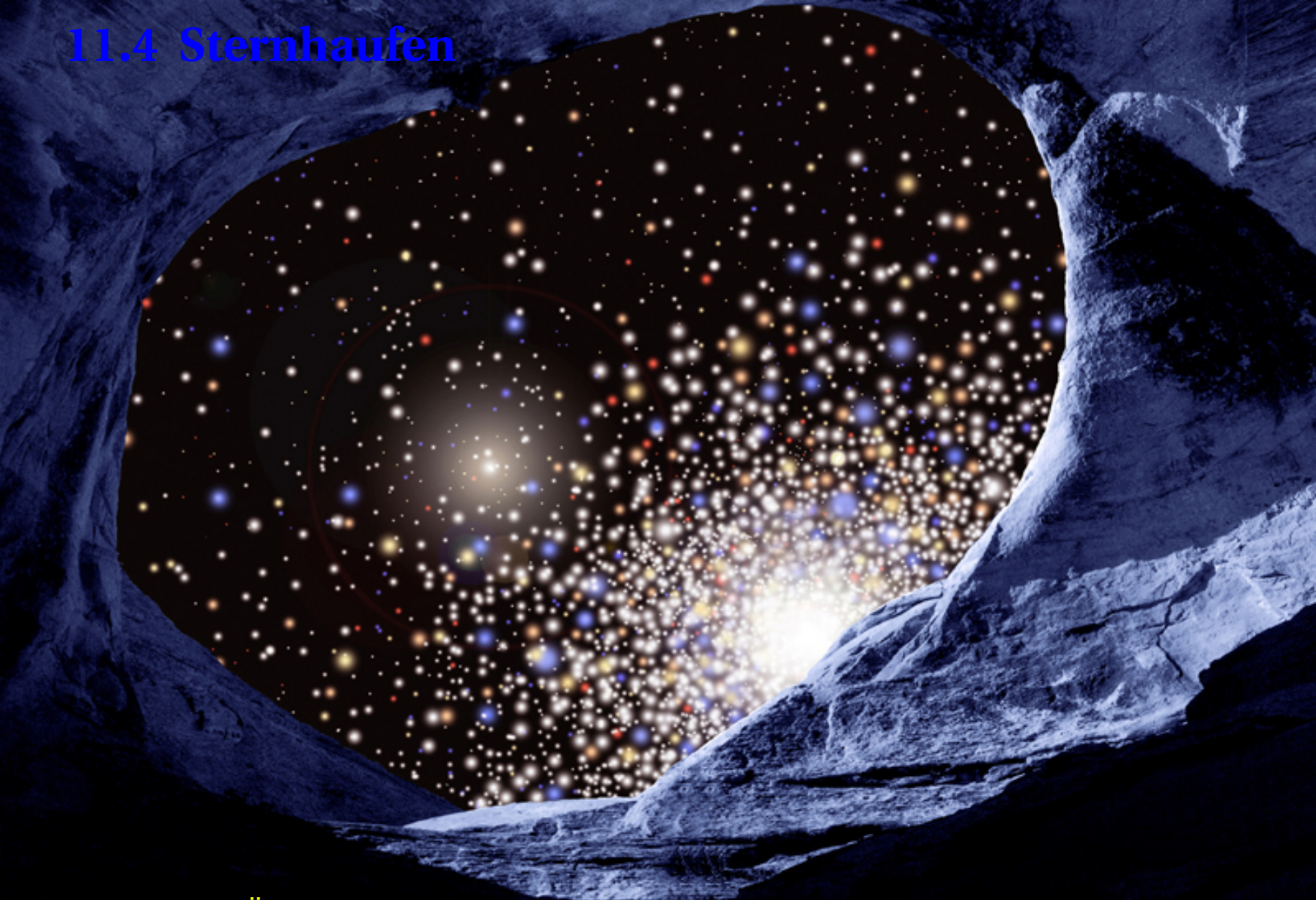
**gravitativ stark** gebunden,

lokalisiert im Milchstraßen-**Halo**





## 11.4 Sternhaufen



Übungsaufgabe: Nachthimmel eines imaginären Planeten am Rande und im Zentrum eines Kugelsternhaufens