

Einführung in die Astronomie und Astrophysik I

- 17.10. Einführung: Überblick & Geschichte (H.B.)
- 24.10. Sternpositionen, Koordinaten, Zeitmessung (C.F.)
- 31.10. Teleskope und Instrumentierung (H.B.)
- 07.11. Strahlung, Strahlungstransport (C.F.)**
- 14.11. Planetensystem(e) & Keplergesetze (H.B.)
- 21.11. Sonne & Sterne, Typen / Klassifikation, HR-Diagramm (C.F.)
- 28.11. Interstellare Materie: Chemie & Matriekreislauf (H.B.)
- 05.12. Sternentstehung, Akkretionsscheiben & Jets (H.B.)
- 12.12. Sternaufbau und Sternentwicklung: Hauptreihe (C.F.)
- 19.12. Sternaufbau und Sternentwicklung: Endstadien (C.F.)
- - - Weihnachtspause
- 09.01. Mehrfachsysteme & Sternhaufen, Dynamik (C.F.)
- 16.01. Exoplaneten & Astrobiologie (H.B.)
- 23.01. Die Milchstraße (H.B.)
- 30.01. Zusammenfassung (C.F. & H.B.)
- 06.02. Prüfung (?)

4. Strahlung, Strahlungstransport

4.1. Meßbare Strahlung - Übersicht

- > Elektromagnetische Strahlung
- > Kosmische Strahlung, Neutrinos, Gravitationswellen

4.2. Strahlungsprozesse

- > Atommodell, Energieniveaus
- > Thermisches Gleichgewicht, thermische Strahlung
- > Nicht-thermische Strahlung: Synchrotron, inverse Compton

4.3. Strahlungsgrößen

- > Größenklassen (Magnituden)
- > Intensität, Leuchtkraft, Farbe, Extinktion

4.4. Strahlungstransport

- > Optische Tiefe, Quellfunktion, Ergiebigkeit, Rötung

4. Strahlung, Strahlungstransport

4.1 Meßbare Strahlung

- > Elektromagnetische Strahlung, Spektrum
- > Einheiten
- > Kosmische Strahlung (cosmic rays), Neutrinos, Gravitationswellen

4.1. Meßbare Strahlung

**Alle Information über
astronomischen Objekte
kommt über das “Licht”**

- > Information aus Lichtsignal “herausfiltern”
(Teleskope und Instrumente)
- > Verständnis der Entstehung und Propagation
von Licht
- > siehe auch PEP3-Vorlesung

4.1. Meßbare Strahlung

Information über astronomische Objekte kommt über “Licht”

-> Information aus Lichtsignal “herausfiltern”:

Meßgrößen von Licht:

Intensität der Strahlung bezüglich:

- > zeitliche Variation
- > Richtung (örtliche Variation)
- > Spektraler Energieverteilung (Spektrum, Farbe)
- > Polarisation (Schwingungsrichtung der EM-Welle)

-> Verständnis der Entstehung und Propagation von Licht:

- > Entstehungsprozess von Licht (Erzeugung)
- > Bedingungen am Entstehungsort

4.1. Meßbare Strahlung

Was ist “Licht”?

Quantenphysik: Welle - Teilchen - Dualismus:

-> Licht kann als EM-Welle oder Teilchen (Photon) beschrieben werden

-> “Welle” & “Teilchen” übertragen Energie (Tsunami, Gewehrkegel)

-> physikalische Eigenschaften einer “Welle”:

Wellenlänge λ (Länge von Wellenberg zu Wellenberg)

Frequenz ν (wie schnell schlägt Welle an?)

-> Quantentheorie: Eigenschaften eines Photons:

Energie $E = h \nu$, Impuls $p = h \nu / c = h / \lambda$

($h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ Js, Konstante, Planck'sches Wirkungsquantum)

-> Geschwindigkeit von EM-Welle oder Photon:

Lichtgeschwindigkeit $c = 300\,000$ km/s (im Vakuum)

Merke: $c = \lambda \nu$

4.1. Meßbare Strahlung

Elektromagnetische Strahlung:

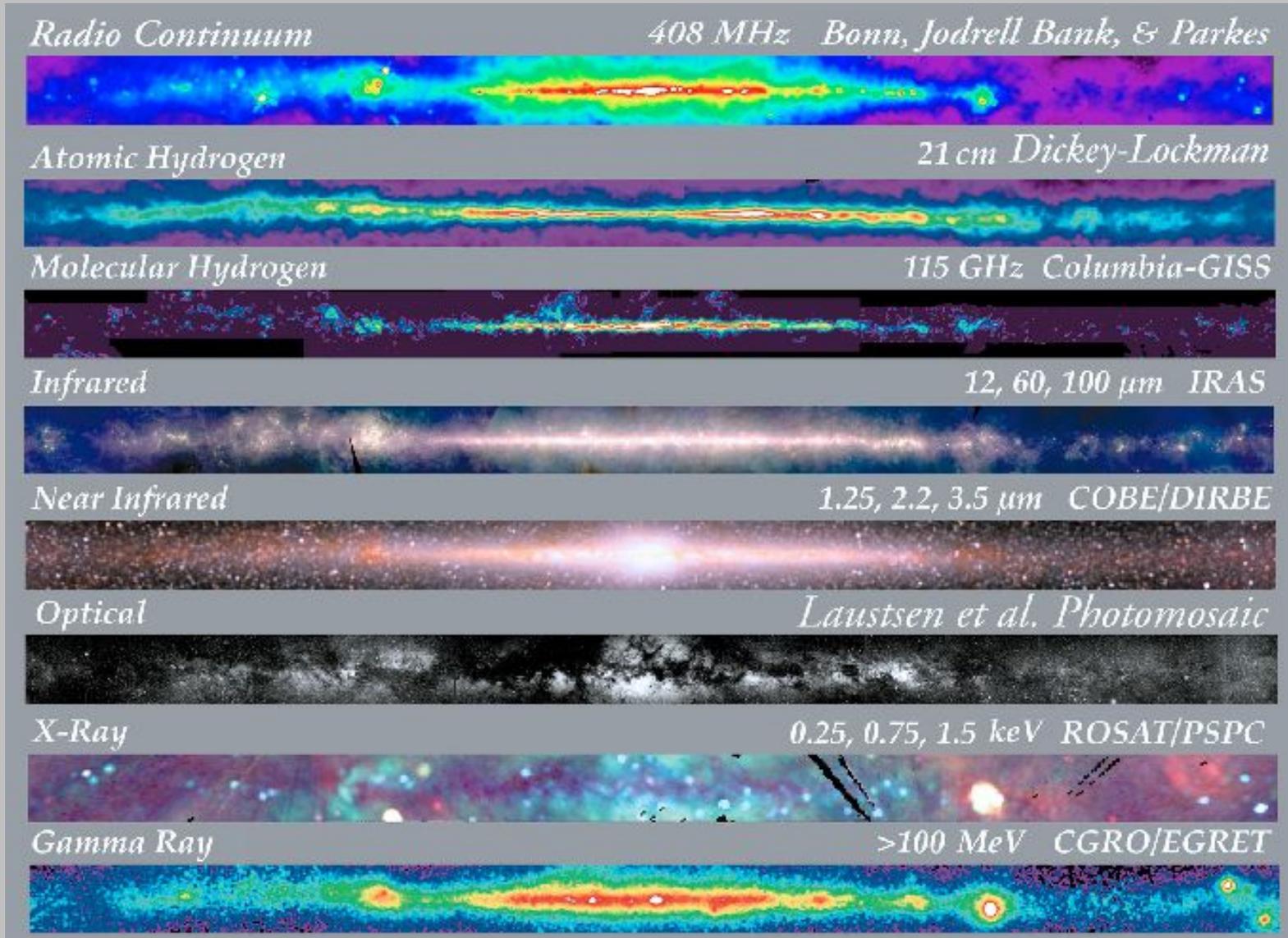
-> Frequenz- / Wellenlängen- / Spektralbereiche

-> Beispiel Sterne

Sternhaufen NGC 290 mit HST beobachtet, Olzewski et al.

4.1. Meßbare Strahlung

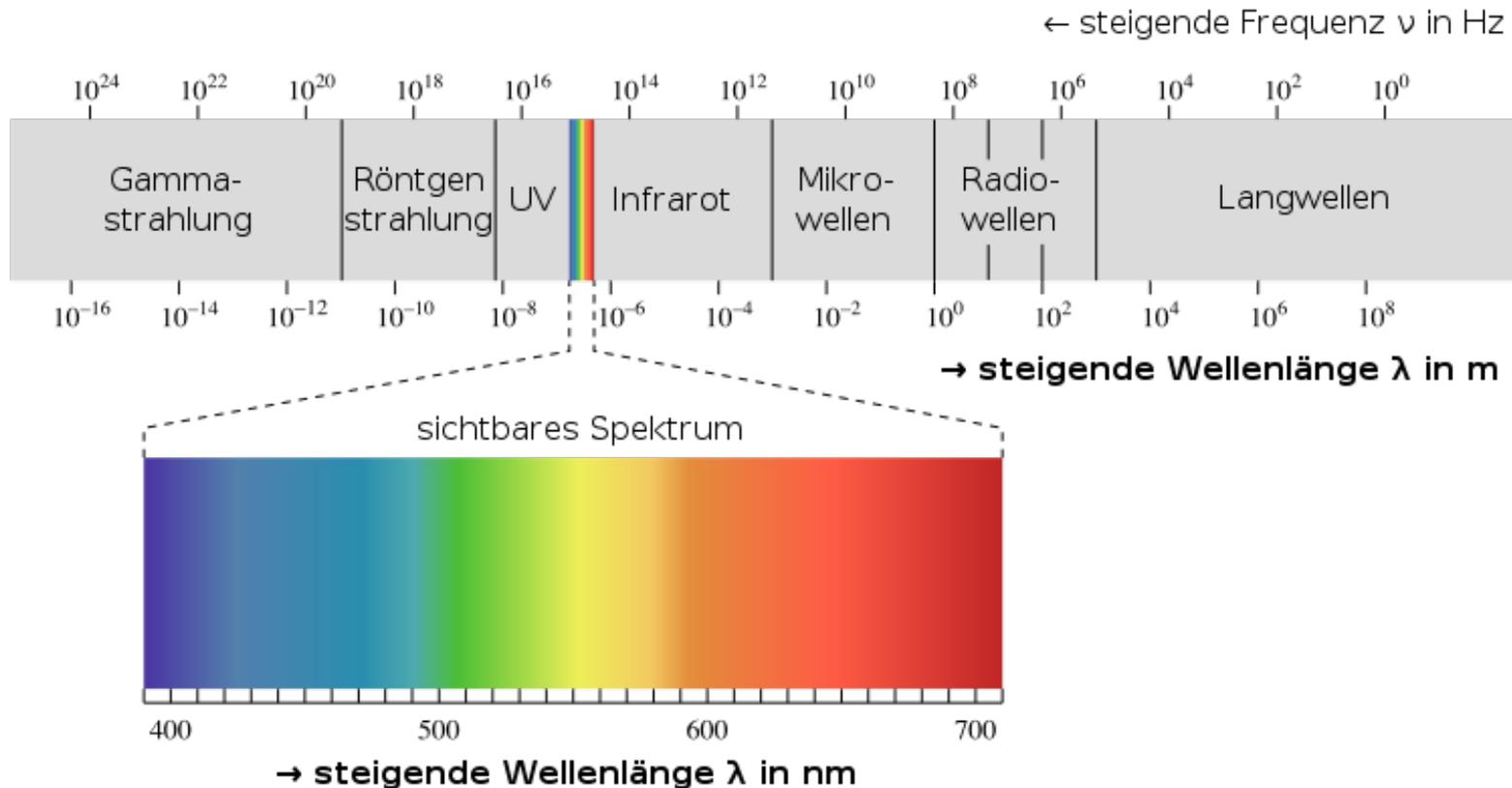
Elektromagnetische Strahlung: Beispiel Milchstraße



4.1. Meßbare Strahlung

Spektrum:

- > Intensitätsverteilung von Wellen / Photonen **verschiedener Energie**
- > sichtbares Licht: Wellenlängenbereich **400-800 nm** (blau-rot)
- > **andere Bereiche:** Radio; Infrarot IR; Ultraviolet UV; Röntgen X; Gamma γ



4.1. Meßbare Strahlung

Energiebereiche

-> Photonenenergie: $E=h\nu$

$h = 6.63 \times 10^{-27} \text{ erg s} = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$, Planck'sches Wirkungsquantum

-> gebräuchliche Energieeinheit: $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$

= Energie eines Elektrons, das eine Spannung von 1 V durchläuft

z.B. grünes Licht: $E = 2.25 \text{ eV}$

z.B. Röntgenstrahlen (Fe-Linie): $E = 6.4 \text{ keV}$

z.B. höchstenergetische Strahlung im γ -Bereich: $\sim \text{TeV}$ (Blazare)

Einschub: in der Astronomie typischerweise **cgs-Einheiten**

-> cgs-Einheiten = cm, g, s

-> ähnlich der SI-Einheiten, aber:

- Energie: $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J} = 6 \times 10^{11} \text{ eV}$

- elektromagnetische Einheiten verschieden!

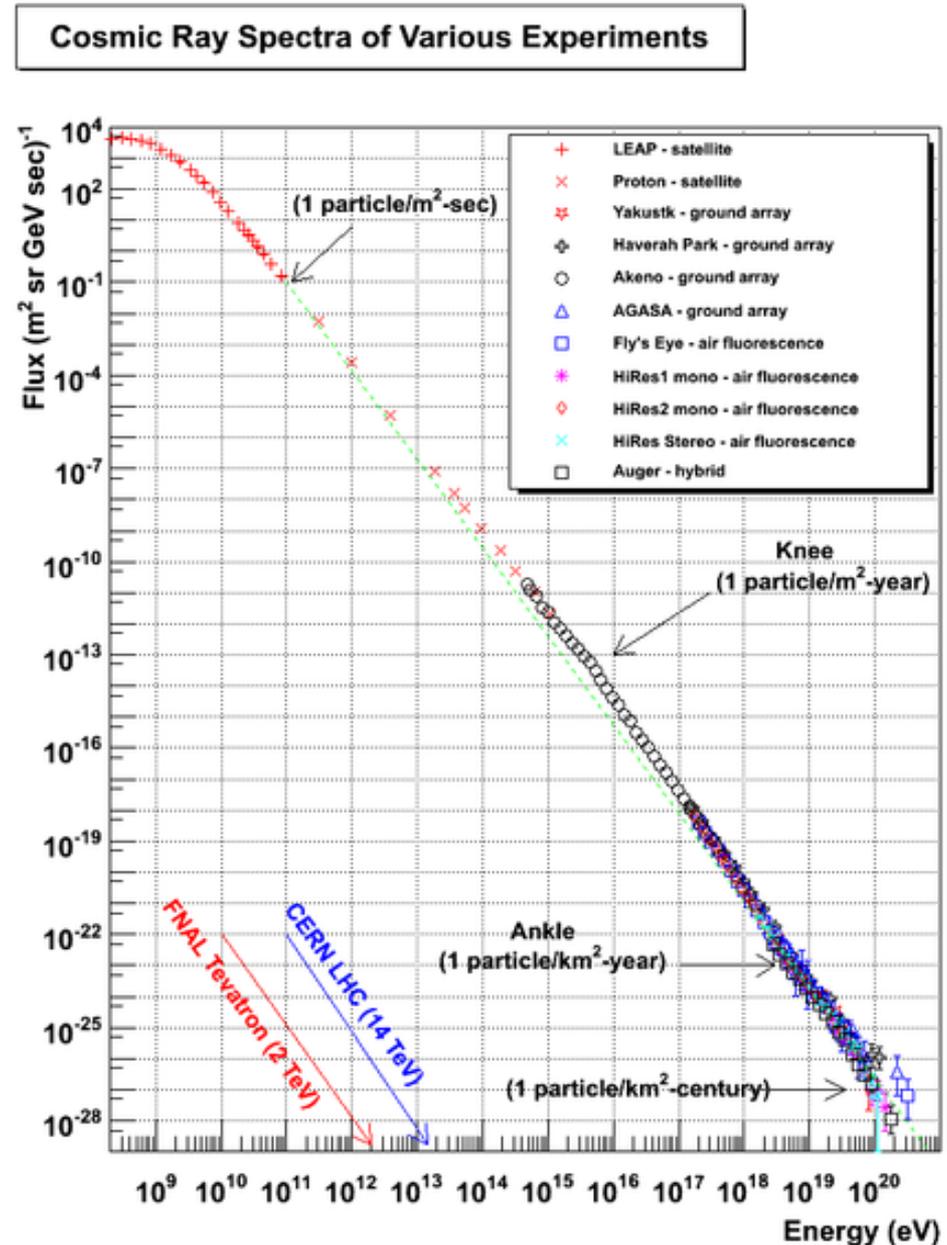
-> abhängig von Anwendung: $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T} = 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$

4.1. Meßbare Strahlung

Kosmische Strahlung:

- Hochenergetische Teilchenstrahlung
- Atomkerne, Protonen, Elektronen, Positronen, mit Energien $10^7 - 10^{20}$ eV
- Strahlungsquellen:
 - ★ Sonne (bis 10^{10} eV)
 - ★ Supernovae und Pulsare
 - ★ Sternausbrüche, Winde heißer Sterne
 - ★ Galaktische Kerne, aktive Galaxien, Quasare

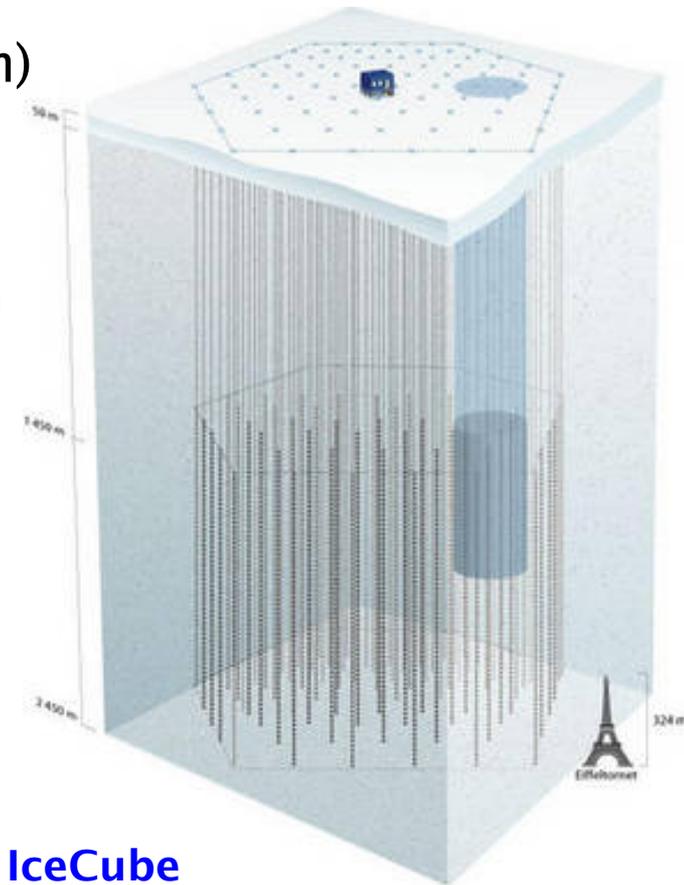
www.physics.utah.edu/~whanlon/spectrum.html



4.1. Meßbare Strahlung

Astrophysikalische Neutrinos:

- > **Schwach wechselwirkende** Teilchen:
 - extrem kleiner Wirkungsquerschnitt: $10^{-44} - 10^{-40} \text{ cm}^2$
- > **3 Arten:** Elektron-, μ -, und τ - Neutrinos:
 - Ruhemasse > 0 (Neutrino-Oszillationen)
- > **Quellen:** Kernreaktionen, Paar-Vernichtung
 - **Solare** Neutrinos (Sekunden bis zur Oberfläche, im Vgl. Photonen ~ 1000 Jhr)
 - Neutrinos von **Supernovae**
 - **Kosmische Strahlung**
- > **Zeugen nuklearer Prozesse in den Quellen**
- > Detektion schwierig:
 - z.B. **Supernova 1987a**
 - ~ 30 Neutrinos von Untergrund-Detektoren gemessen



4.1. Meßbare Strahlung

Gravitationswellen:

- > Metrische **Deformation des Raumes**
 - > Quadrupol-Strahlung
 - > Quellen: **Bewegte, nicht-sphärische Massenverteilungen:**
 - Asymmetrischer Kollaps zu einem Schwarzen Loch
 - **Binärsysteme** von Neutronensternen / Schwarzen Löchern
 - Supernova-Explosionen
 - > Detektion: Messung der **metrischen Deformation** durch Gravitationswellen im **Instrument** (Zylinder; Laser-Interferometer: LIGO, Geo600)
- > noch nicht detektiert !!**



4. Strahlung, Strahlungstransport

4.2. Strahlungsprozesse

Elektromagnetische Strahlungsprozesse:

-> Thermodynamisches Gleichgewicht

- Schwarzkörperstrahlung
- Planck'sche Strahlungsgesetz

-> Thermische Strahlung

- Linienemission
- Ionisationskontinuum
- Bremsstrahlung

-> nicht-thermische Strahlung

- Synchrotron-Strahlung; inverse Compton-Streuung

4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

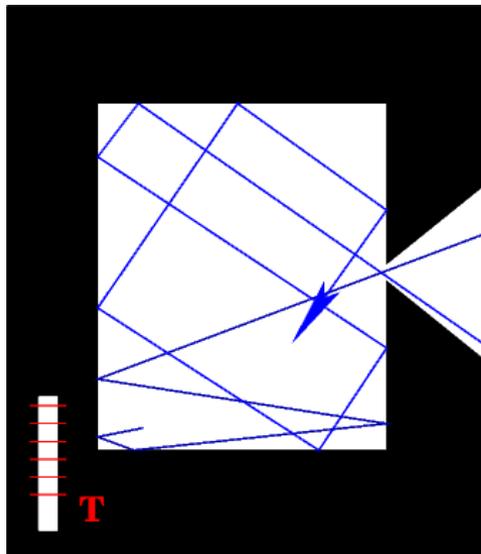
Schwarzkörper-Strahlung = “Hohlraum”strahlung

Idealer schwarzer Strahler:

Körper, der sämtliche auftreffende elektromagnetische Strahlung jeder Frequenz vollständig absorbiert und nichts reflektiert.

Materialeigenschaften nicht in dessen spektrale Energiedichte $u(\nu)$ ein und $u(\nu)$ hängt nur von Temperatur ab, ist homogen und isotrop.

Beispiel: Hohlraum-Strahler:



$$[F] = \frac{\text{erg}}{\text{cm} * \text{s}}$$

Strahlungsfluß =

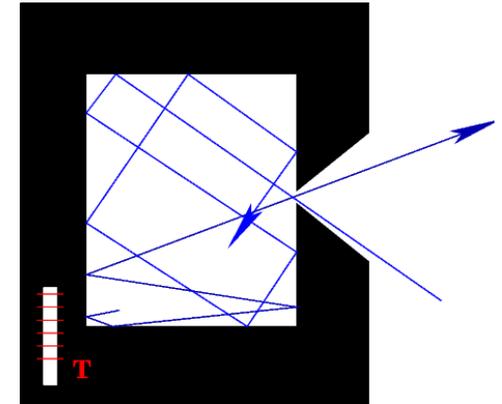
Energiezunahme pro Fläche pro Zeit

4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

Thermisches Gleichgewicht: wenn

Einstrahlung = Ausstrahlung (Satz von Kirchhoff)



-> im thermischen GG:

$$F = \sigma_{SB} T^4$$

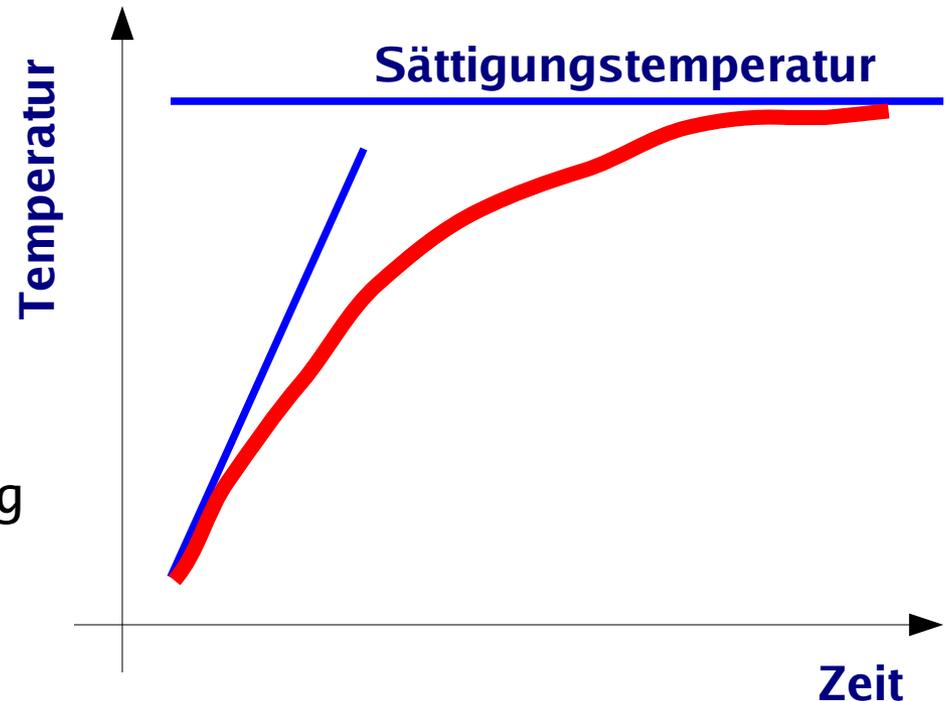
Stefan-Boltzmann-Konstante: $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$

Beispiel Schwarzer Körper /
Hohlraumstrahler:

starke Messung bei
geringer Temperatur

-> Aufheizung bis
Abstrahlung = Einstrahlung

$$T_{\text{Sättigung}} = \left[\frac{F}{\sigma_{SB}} \right]^{1/4}$$



4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

Schwarzkörper-Strahlung, spektrale Energieverteilung

Kirchhoff-Planck-Gesetz:

$$B_{\nu}(T) \equiv 2 \frac{\nu^2}{c^2} h \nu \frac{1}{\exp(h \nu / k_B T) - 1}$$

Planck'sches Wirkungsquantum: $h = 6.6262 \times 10^{-27}$ erg s

Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.3807 \times 10^{-16}$ erg/K

Intensität

in [erg/(Hz s cm² sr)]: $B_{\nu} = \frac{dE}{d\nu dt dA d\Omega}$

Strahlungsfluß pro Frequenzintervall: $F_{\nu} = \pi B_{\nu}$

Energiedichte: Spezifische Strahlungsenergiedichte $u_{\nu} = (4\pi/c) B_{\nu}$

4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

Schwarzkörper-Strahlung, spektrale Energieverteilung

Kirchhoff-Planck-Gesetz:

$$B_\nu(T) \equiv 2 \frac{\nu^2}{c^2} h\nu \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}$$

Planck'sches Wirkungsquantum: $h = 6.6262 \times 10^{-27} \text{ erg s}$

Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.3807 \times 10^{-16} \text{ erg/K}$

2 Polarisations-
Freiheitsgrade
des Photons

Quanten-
zustands-
dichte

Photonen-
energie

Besetzungsgrad
eines Zustands
(Quantenstatistik)

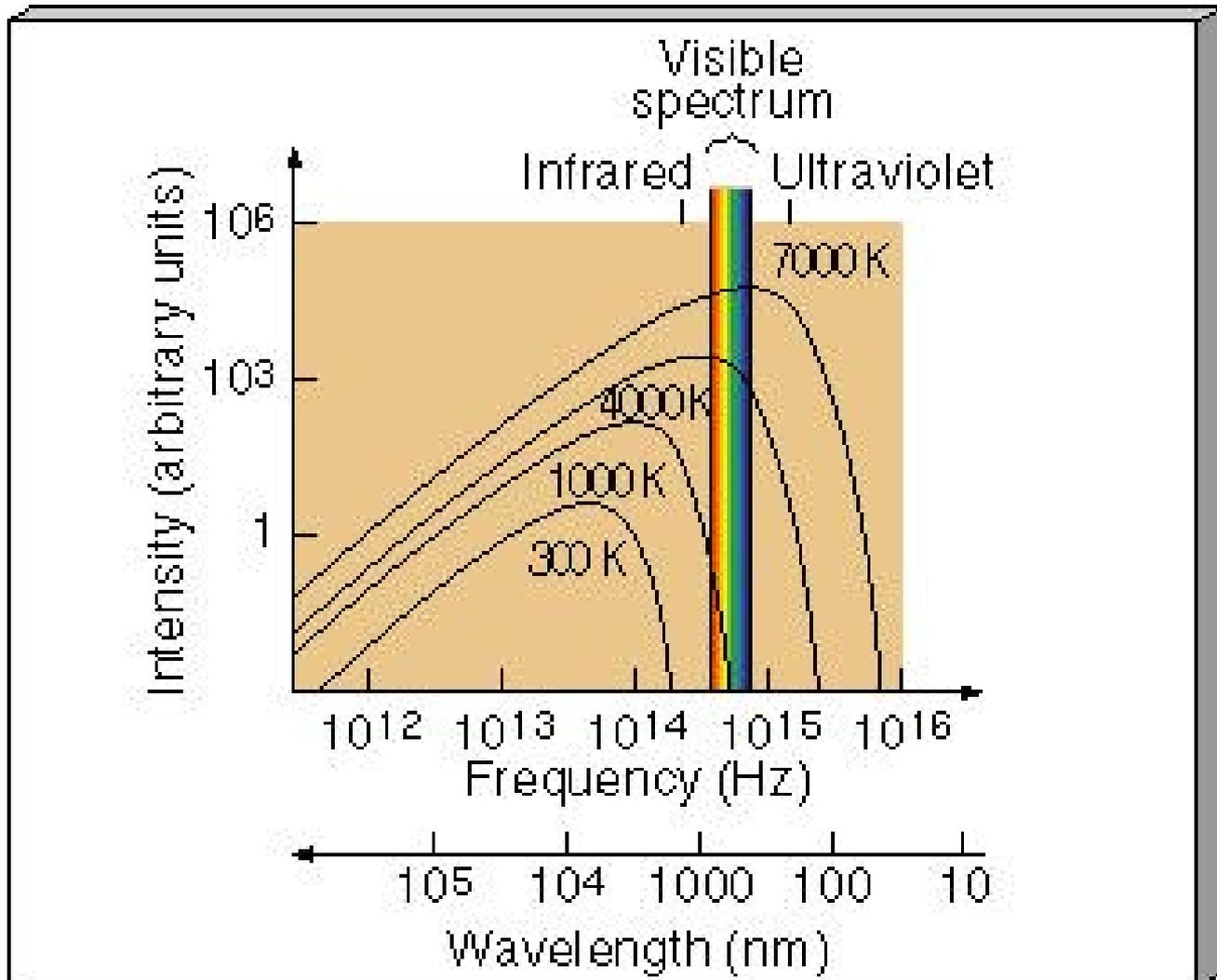
Entdeckung von Max Planck (1900): Energiequantelung $\Delta E = h\nu$
und Beschreibung der Schwarzkörperstrahlung mit Boltzmannstatistik

4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}$$

Kirchhoff-Planck-Gesetz:



4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

Kirchhoff-Planck-Gesetz:

Intensität als Funktion der Frequenz ν :

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \quad \text{in [erg/(Hz s cm}^2 \text{ sr)]}$$

Intensität als Funktion der Wellenlänge λ :

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \quad \text{in [erg/(s cm}^3 \text{ sr)]}$$

Beachte bei Umrechnung: $\lambda\nu = c$, also $d\lambda/d\nu = -\lambda^2/c$

$$B_{\lambda} \neq B_{\nu}, \quad B_{\lambda} d\lambda = B_{\nu} d\nu$$

4.2. Strahlungsprozesse

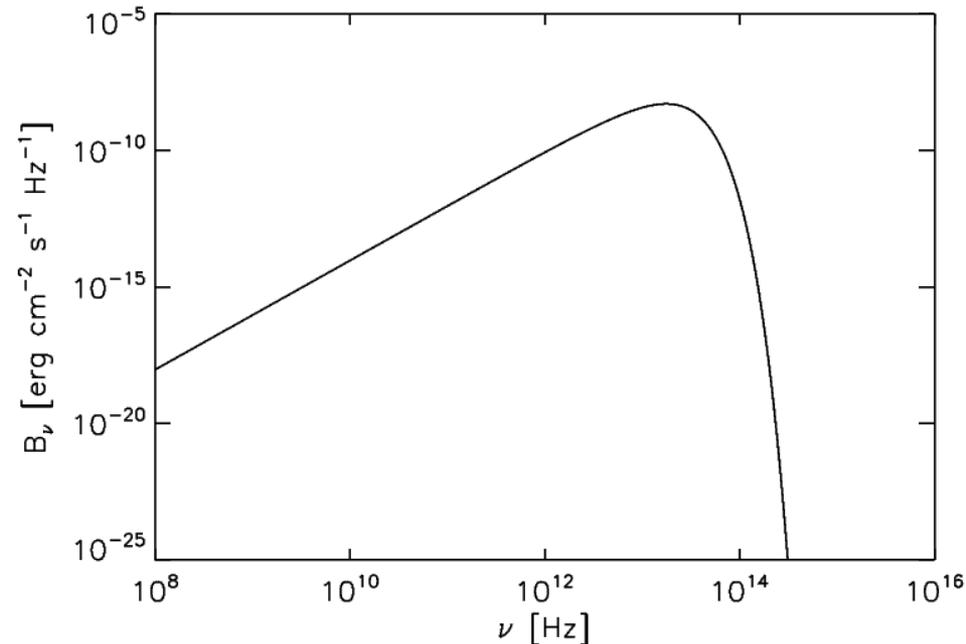
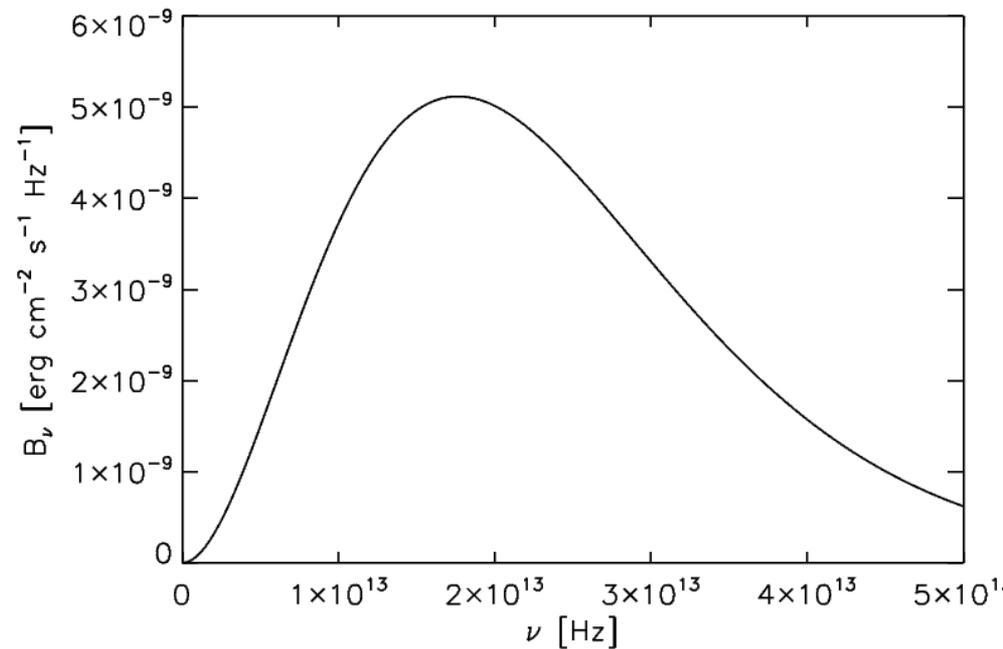
Thermisches Gleichgewicht:

Kirchhoff-Planck-Gesetz:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}$$

Darstellung:

- 1) lineare Darstellung & logarythmische Darstellung gewichten unterschiedliche Aspekte des Spektrums
- 2) in der Astronomie oft $\nu B_\nu(\nu)$ -Abbildungen (~Energie pro Frequenzeinheit)



4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

Rayleigh-Jeans Näherung:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^2}{c^2} k_B T$$

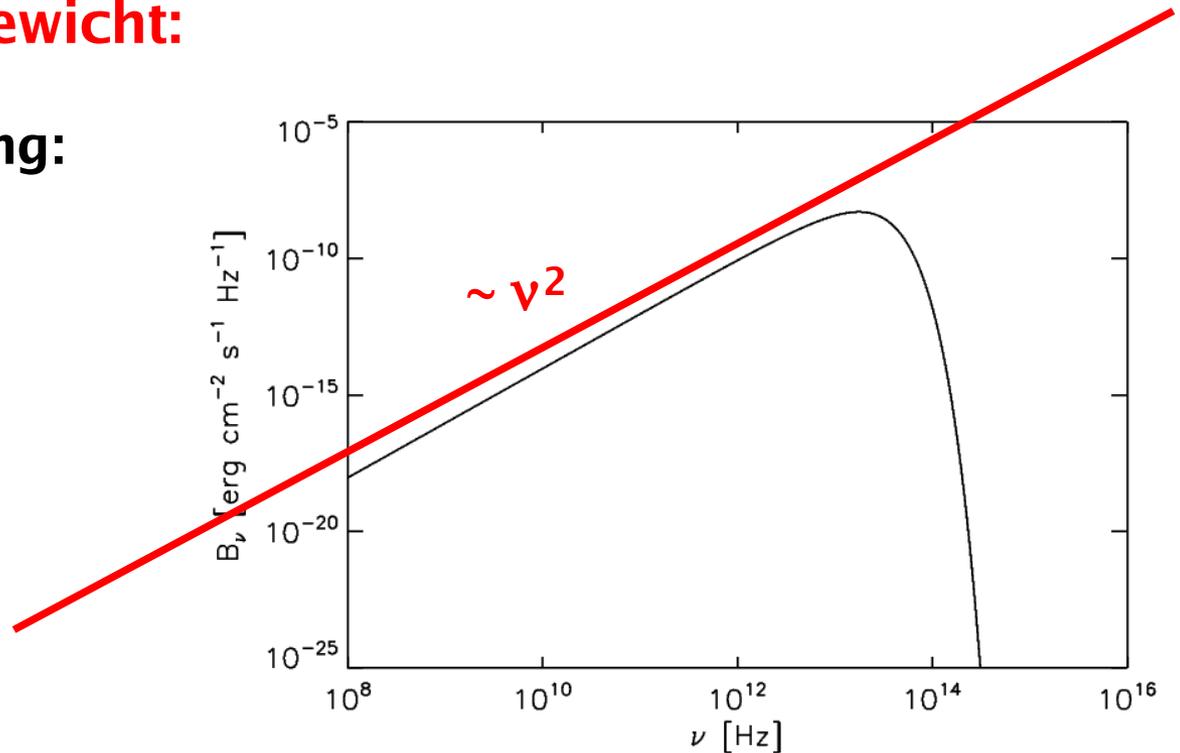
Lange Wellenlängen:

$$h\nu \ll kT$$

Taylor-Entwicklung:

$$\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1 \simeq 1 + \left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)^2 + \dots - 1 \simeq \frac{h\nu}{k_B T}$$

R.-J.-Näherung stimmt für kleine Frequenzen, führt aber für große Frequenzen zur "UV-Katastrophe" (hier wird Quantenstatistik wichtig)



4.2. Strahlungsprozesse

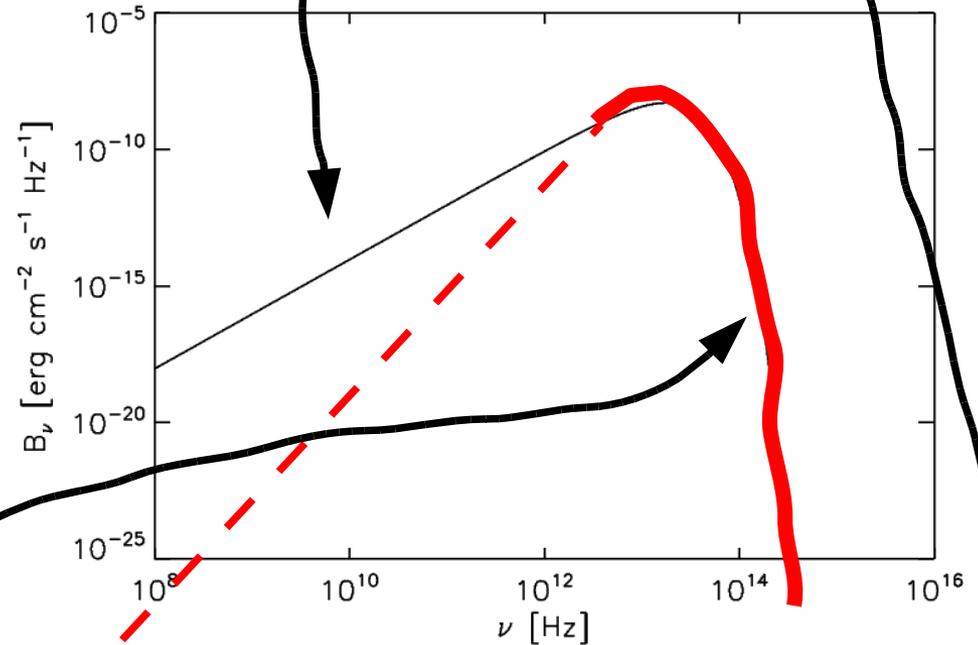
Thermisches Gleichgewicht:

Wien'sche Näherung:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)$$

Kurze Wellenlängen:

$$h\nu \gg kT$$



hier wäre jeder Quantenzustand nur 1x besetzt

Wien'sche Näherung stimmt für hohe Frequenzen,
aber für kleine Frequenzen gilt **Pauli'sches Ausschließungsprinzip**
nicht (Photonen=Bosonen)

4.2. Strahlungsprozesse

Thermisches Gleichgewicht:

Wien'sches Verschiebungsgesetz

$$\nu_{max} \propto T$$

-> Maximum von B_ν :

$$\nu_{max} = 6 \times 10^4 T [K] \text{ MHz}$$

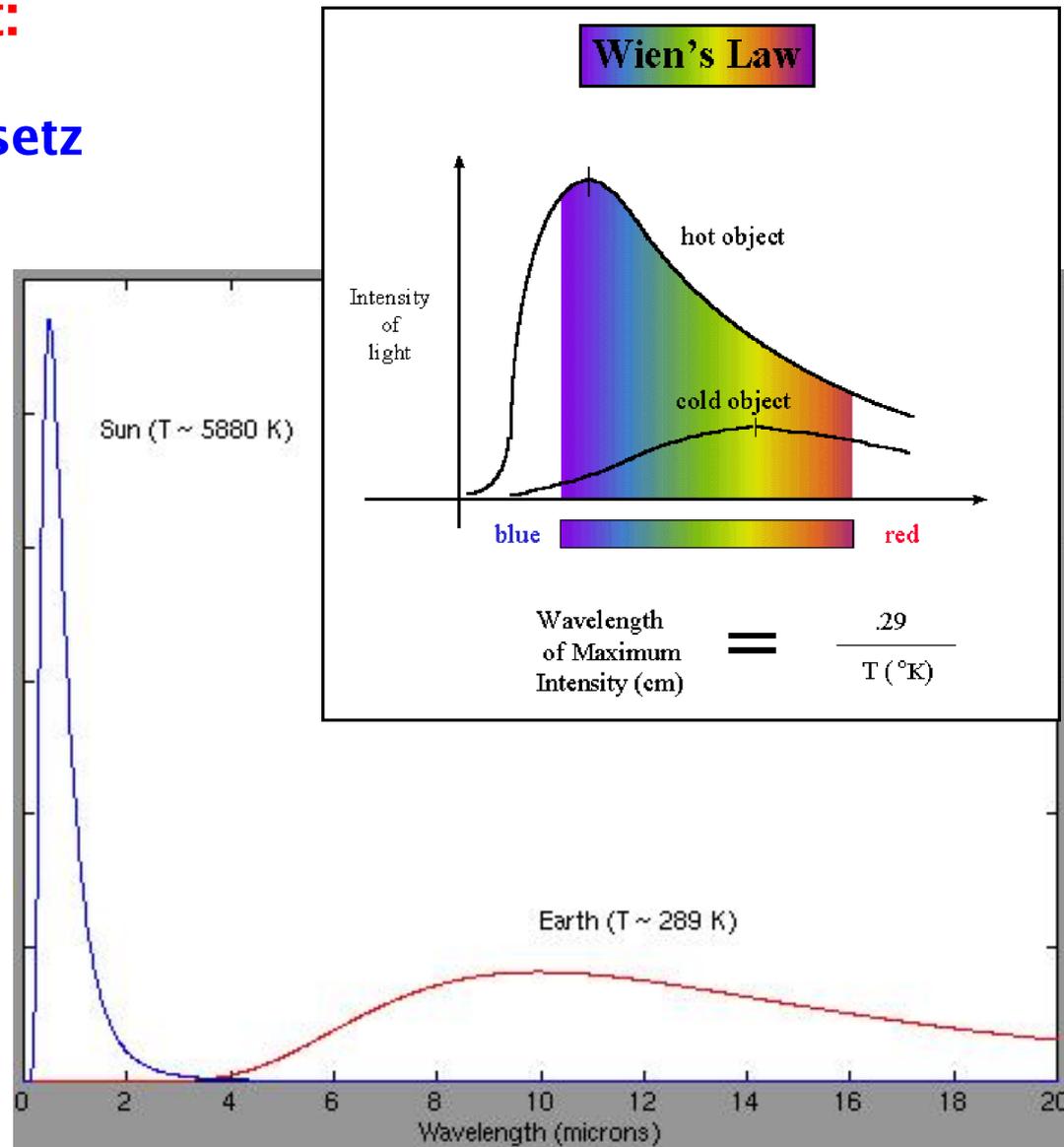
-> Max. von B_λ :

$$\lambda_{max} = 0.29 \text{ cm} / T [K]$$

$$c / \lambda_{max} = 1.03 \times 10^{11} T [K] \text{ Hz}$$

-> Beispiele:

- Erde: im FIR
- Sonne: im Optischen (grün)



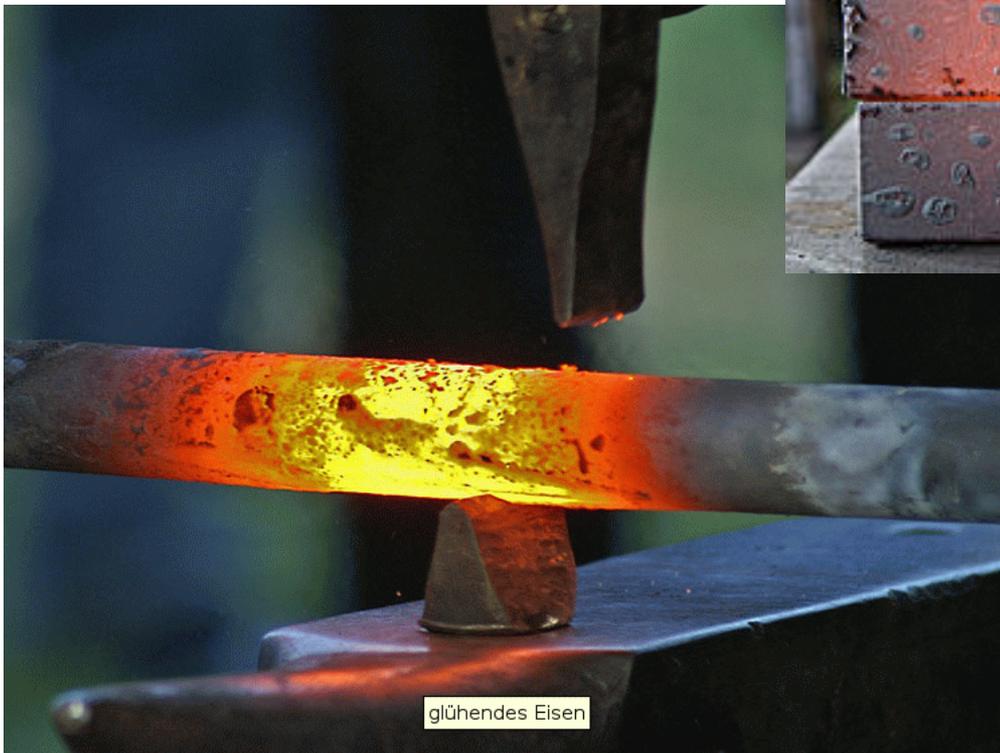
4.2. Strahlungsprozesse

Spektrale Energieverteilung als Temperatur-Indikator

heiß -> bläulich
kühl -> rötlich

Beispiele:

Schmiedeeisen, Stahl,
Gas, Sterne,



4.2. Strahlungsprozesse

Einschub: Atommodell

Atomkern:

Nukleonen (Neutronen, Protonen)

Radius $\sim 1-10 \text{ fm} = 1-10 \times 10^{-15} \text{ m}$

99.9% der Atommasse

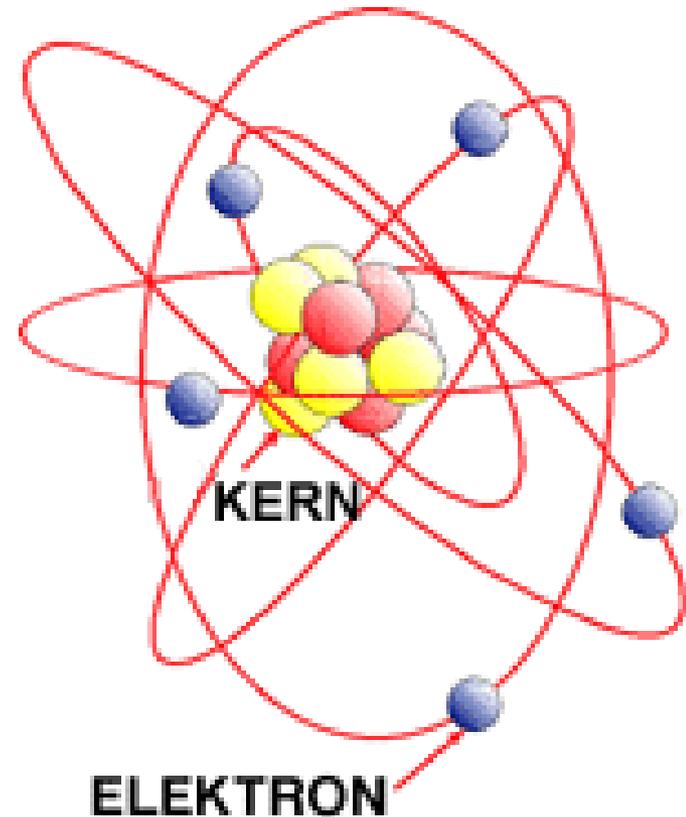
Atomhülle:

Elektronen auf "Umlaufbahnen"

bzw. Schalen, mit bestimmten

Energieniveaus

Radius $\sim 100,000 \text{ fm}$



Strahlung entsteht, wenn Elektronen Energieniveaus wechseln:

- > Strahlungsenergie = Differenzenergie der Niveaus
- > Spektrallinien "einer" Frequenz/Energie

4.2. Strahlungsprozesse

Einschub: Atommodell

Atomkern:

Nukleonen (Neutronen, Protonen)

Radius $\sim 1-10 \text{ fm} = 1-10 \times 10^{-15} \text{ m}$

99.9% der Atommasse

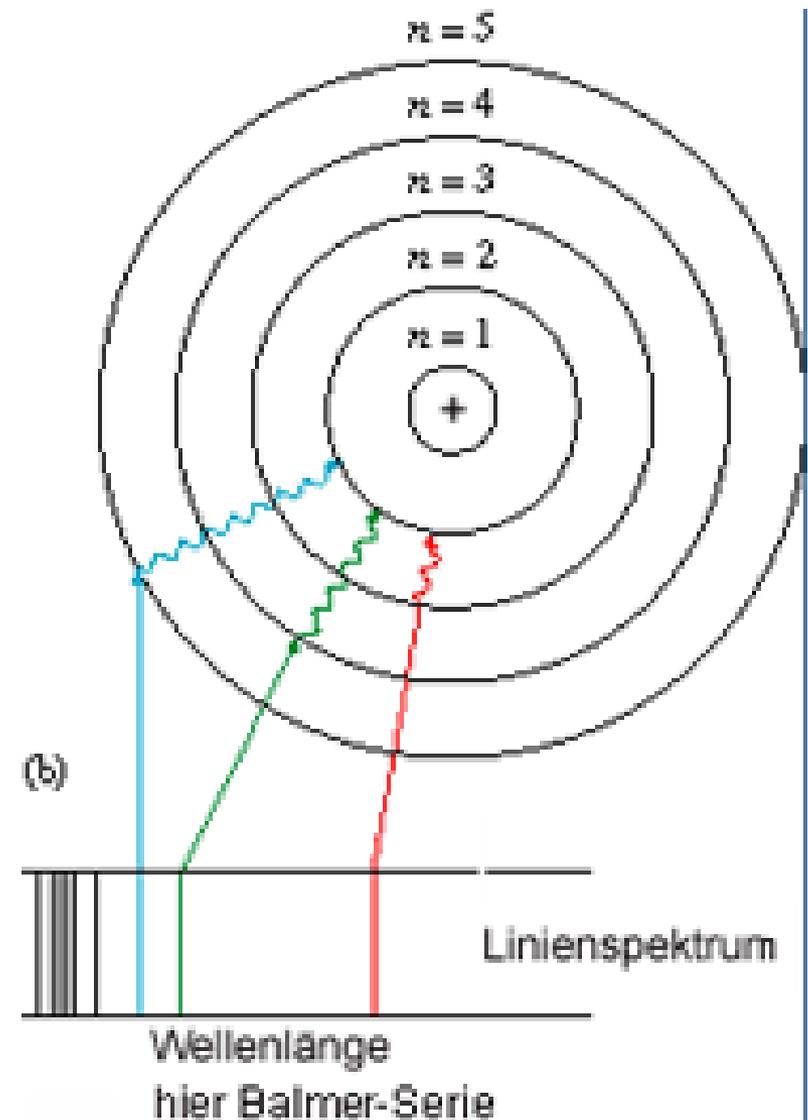
Atomhülle:

Elektronen auf "Umlaufbahnen"

bzw. Schalen, mit bestimmten

Energieniveaus

Radius $\sim 100,000 \text{ fm}$



Strahlung entsteht, wenn Elektronen Energieniveaus wechseln:

-> Strahlungsenergie = Differenzenergie der Niveaus $n_2 - n_1$

-> Spektrallinien "einer" Frequenz/Energie

4.2. Strahlungsprozesse

Thermische Strahlung

von Atomen / Molekülen

Besetzungszahlen der Niveaus folgen aus Boltzmann- und Sahagleichung (s. später)

-> **Linien:**

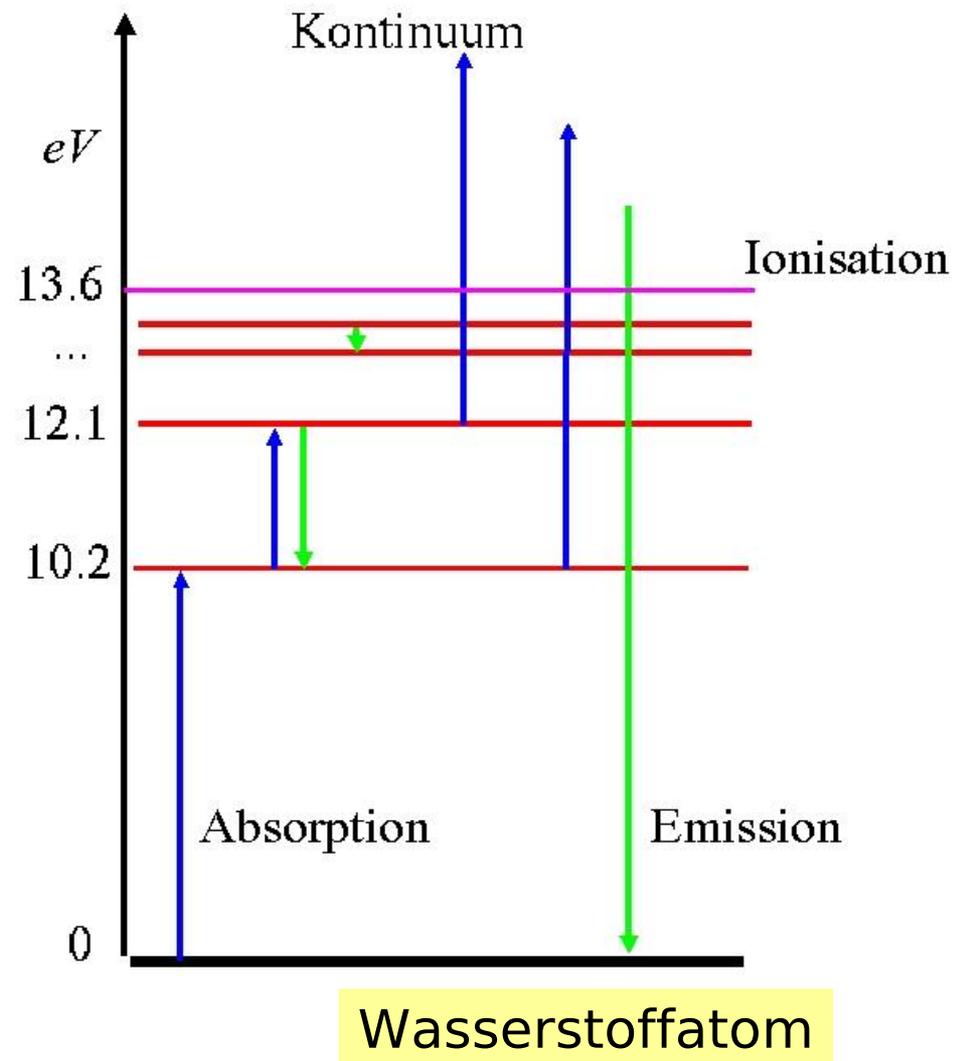
Absorption – Emission

- Anregung - Abregung
- gebunden - gebunden

-> **Kontinuum:**

Ionisation – Rekombination

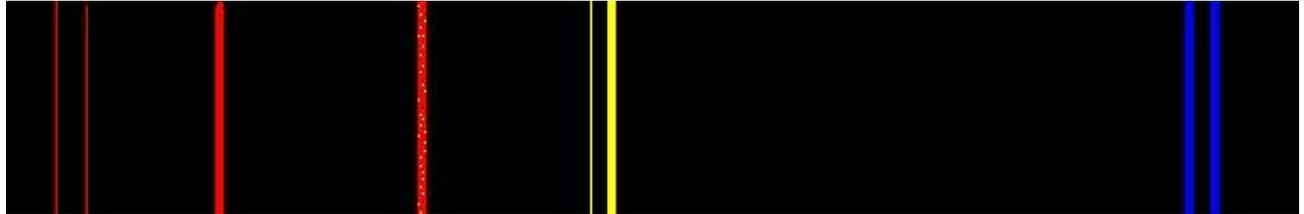
- frei – gebunden:



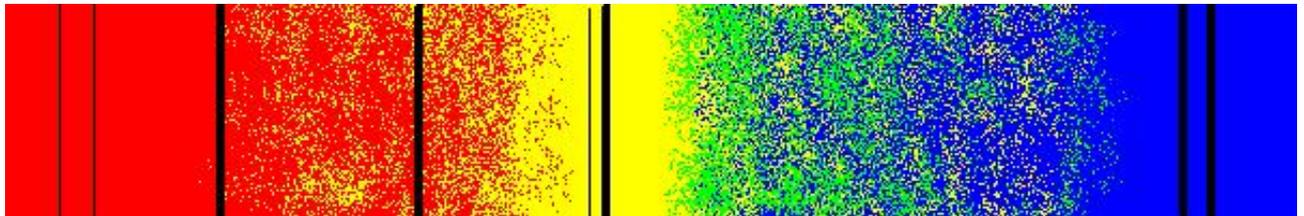
4.2. Strahlungsprozesse

Linienpektrum: (Details später)

-> **Emission:**



-> **Absorption:**



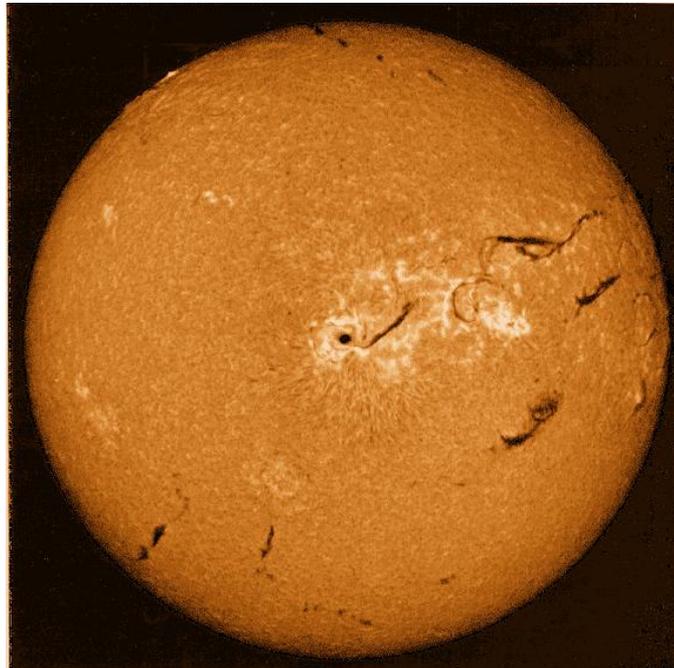
- > ob Absorption oder Emission zu sehen ist, hängt vom Zustand des emittierenden Gases ab

-> **Beispiel: Sonne in H α**

Übergang 3 nach 2;

$\lambda = 656.2 \text{ nm}$ (rot)

(Balmer-Serie: H α , H β , ...)



<http://astronomy.nmsu.edu/pics/images/solsys/sun/halpha.html>

<http://zebu.uoregon.edu/~soper/Light/atomspectra.html>

4.2. Strahlungsprozesse

Rekombination-Ionisation: gebunden-frei Emission:

Anzahldichten der Teilchen folgen **Sahagleichung** (Ionisierungs-Gleichung)

$$\frac{N_p N_e}{N_H} = \frac{(2 \pi m_e k_B T)^{3/2}}{h^3} \exp\left(\frac{\Delta E_{ionisation}}{k_B T}\right)$$

$\Delta E_{ionisation} = 13.6 \text{ eV}$ (hier für Wasserstoff)

-> **Ionisationsgrad!**

N_p , N_e und N_H sind die Anzahl der Teilchen (Proton, Elektron, H-Atom) pro cm^3

Strahlungsionisation: Strahlung ionisiert das Atom, freies Elektron heizt Umgebungsgas auf ("Photoionisation")

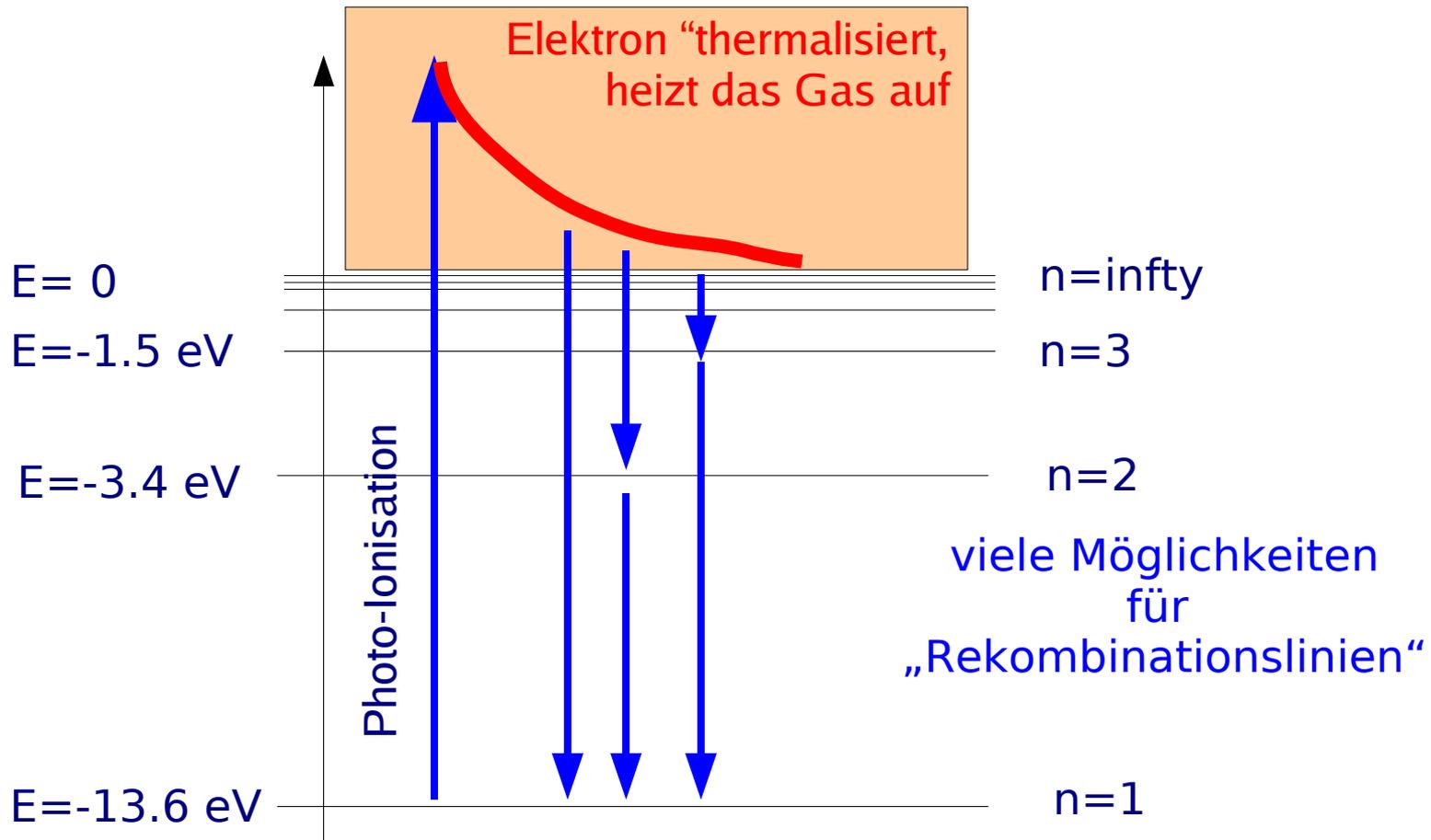
Rekombination: Elektron fällt auf atomare Energieniveaus zurück

-> "Rekombinationslinien" (eigentlich gewöhnliche Linien, die eben oft bei Photoionisation auftreten)

4.2. Strahlungsprozesse

Rekombination-Ionisation: gebunden-frei Emission:

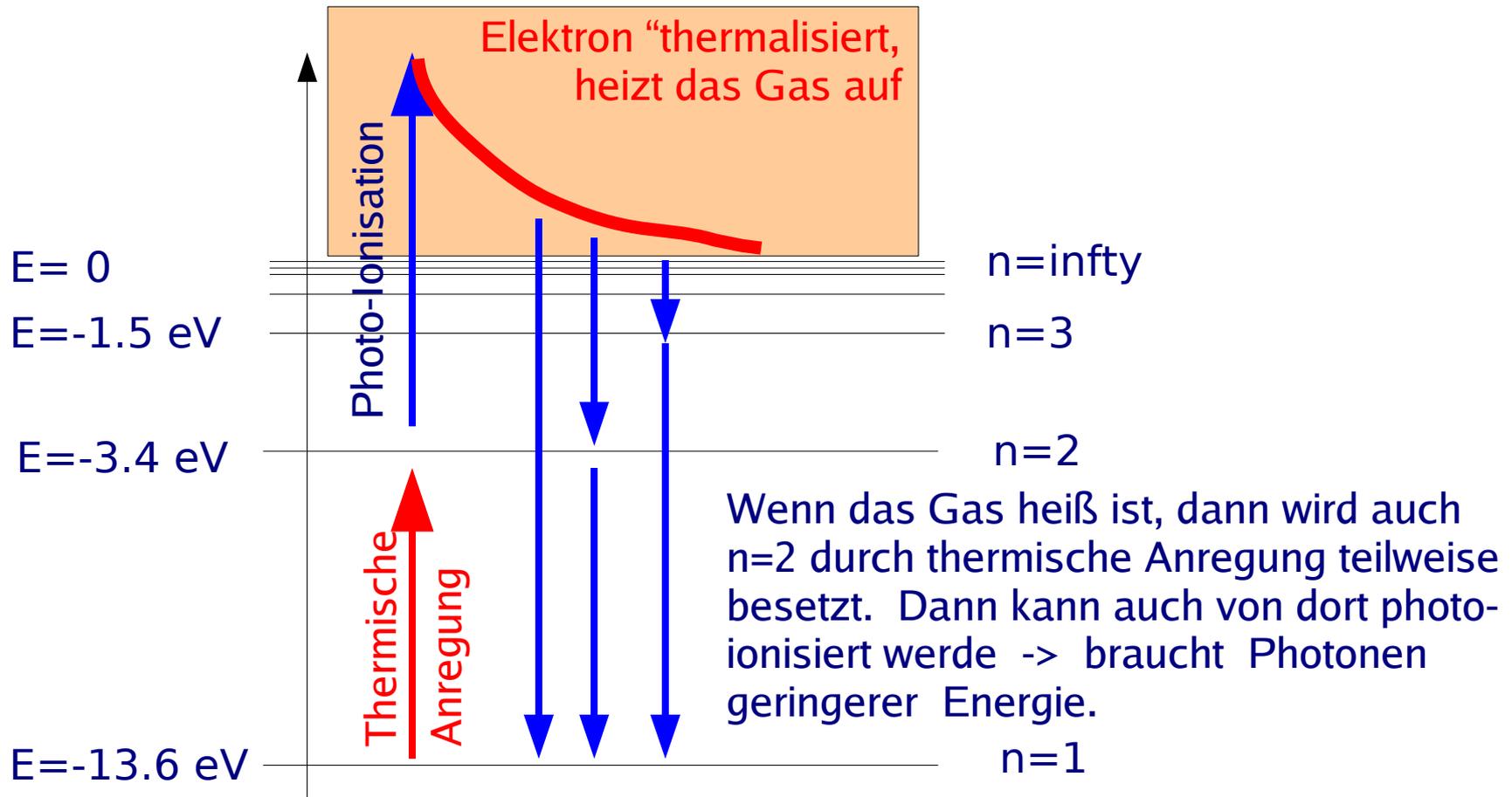
Beispiel Wasserstoffatom



4.2. Strahlungsprozesse

Rekombination-Ionisation: gebunden-frei Emission:

Beispiel Wasserstoffatom



4.2. Strahlungsprozesse

Bremsstrahlung: frei-frei Emission:

Ablenkung / Abbremsung von Elektronen im elektrischen Feld von Ionen:

-> **Kontinuierliches Spektrum**

(Potenzgesetz)

-> **Radio bis X-ray**

-> **Beispiel:**

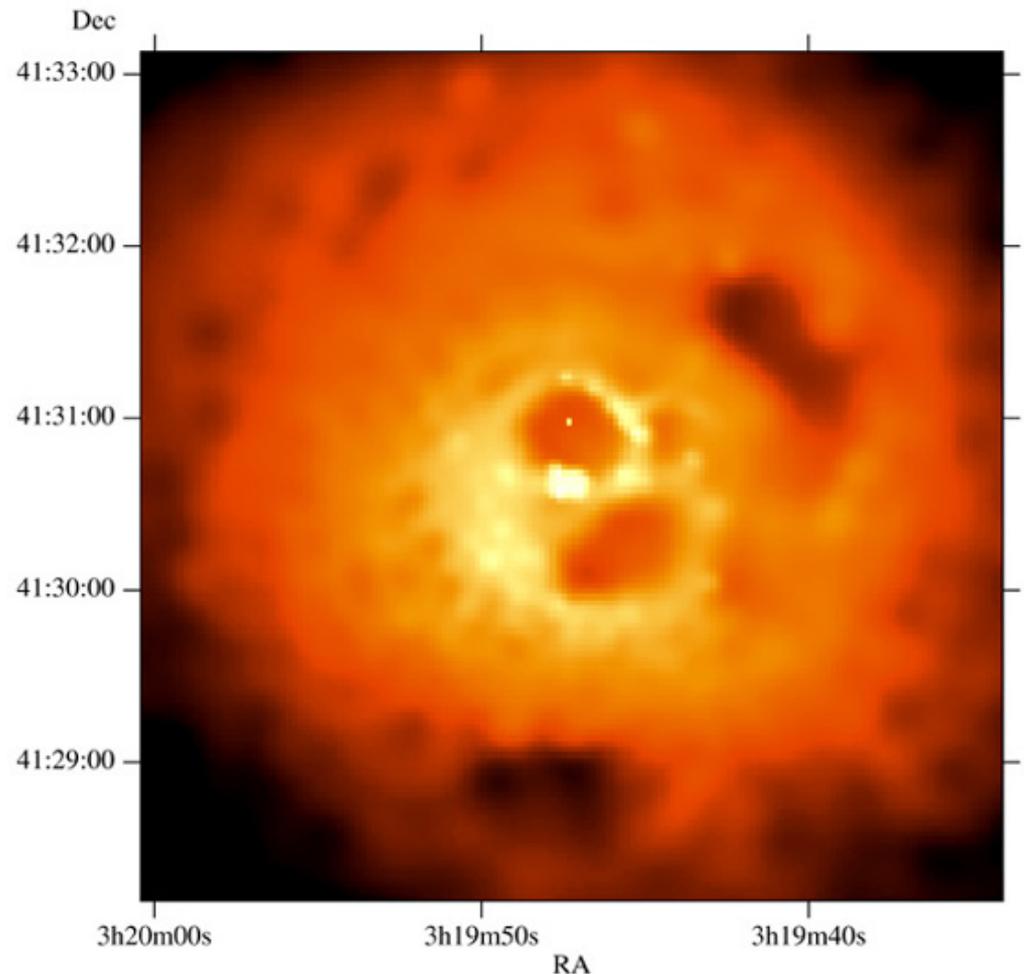
Galaxien-Cluster:

Kühlung des heißen

Intra-Cluster-Gases

im Röntgenbereich

(Perseus A, Chandra)



4.2. Strahlungsprozesse

Bremsstrahlung: frei-frei Emission:

Ablenkung / Abbremsung von Elektronen im elektrischen Feld von Protonen:

-> **Kontinuierliches Spektrum**
(Potenzgesetz)

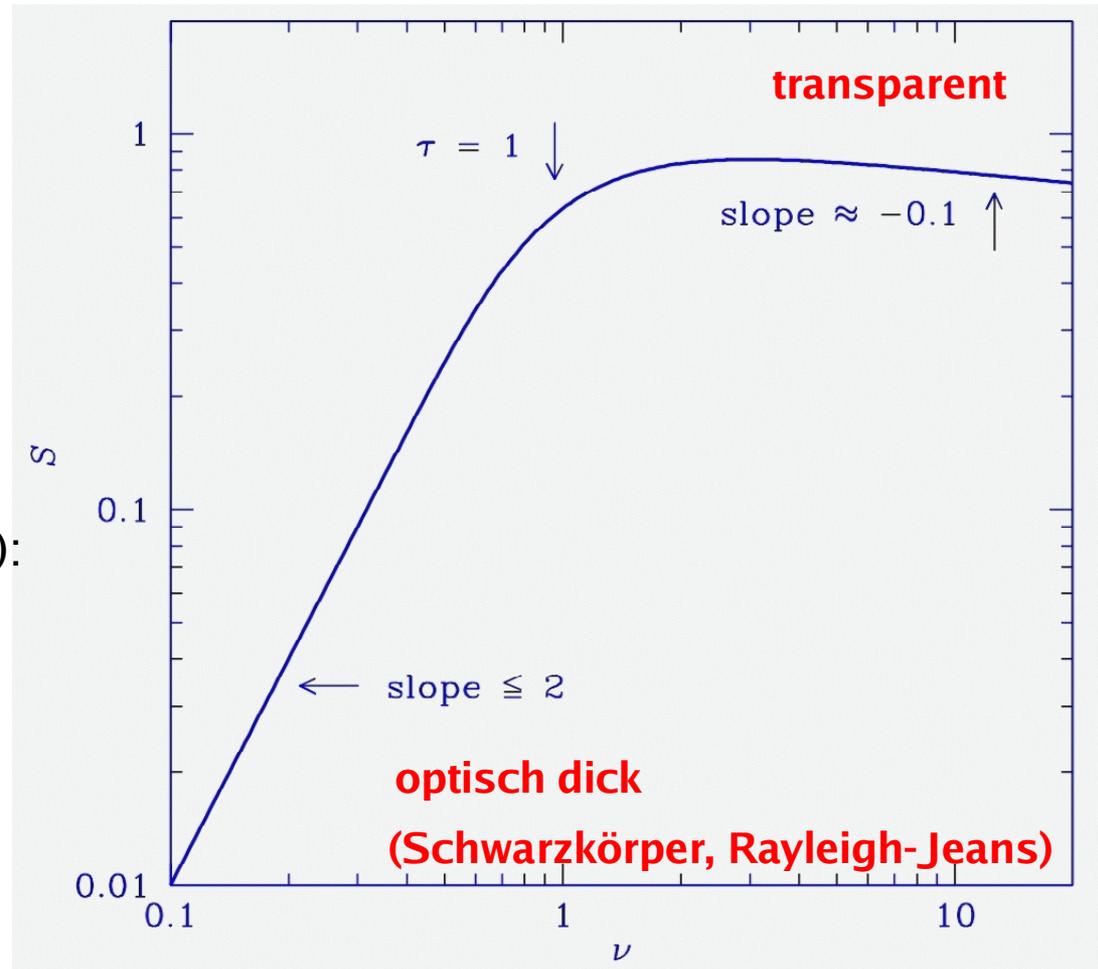
-> Beispiel:

Radio-Spektrum einer
HII-Region (heisse Wolke
aus ionisiertem Wasserstoff):

$$S_\nu \sim \nu^\alpha$$

Spektralindex:

$$\alpha \equiv \pm \frac{d \log S}{d \log \nu}$$



4.2. Strahlungsprozesse

Synchrotron-Strahlung: nicht-thermische Strahlung

Umlenkung von Elektronen im Magnetfeld

= beschleunigte Ladungen

-> Bremsstrahlung

-> falls nicht-relativistisch:

Zyklotron-Strahlung: Emission einer scharfen
Linie mit der Zyklotron-Frequenz:

$$\nu_B = \frac{eB}{2\pi m_e}$$

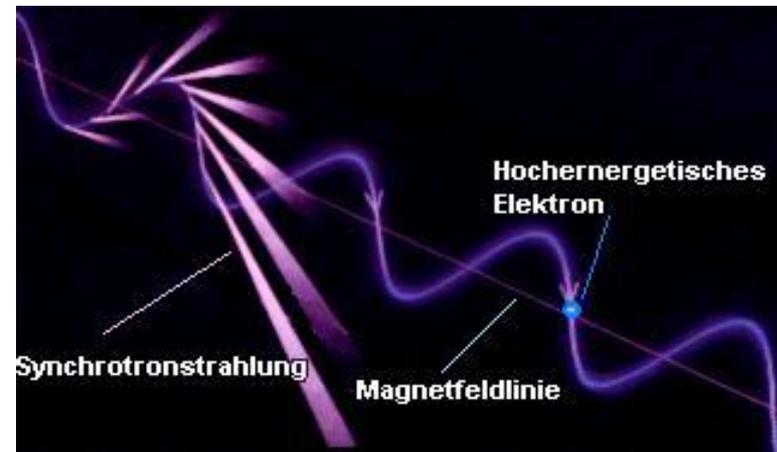
-> relativistisch Ladungen (ab 0.1 c):

Kontinuumsstrahlung mit **Potenzgesetz**-Spektrum

-> Berücksichtige relativistische Verstärkung (“boosting”) und

Bündelung (“beaming”) der Strahlung in
Bewegungsrichtung in kleinen Öffnungswinkel

$$2\theta = 2 \frac{m_e c^2}{E_0} = \frac{2}{\gamma}$$



<http://abenteuer-universum.de/def/>

4.2. Strahlungsprozesse

Inverse Compton Streuung: (nicht-thermischer Effekt)

-> inelastische Streuung von Elektronen an Photonen:

- Elektron verliert Energie,
- Photon gewinnt Energie

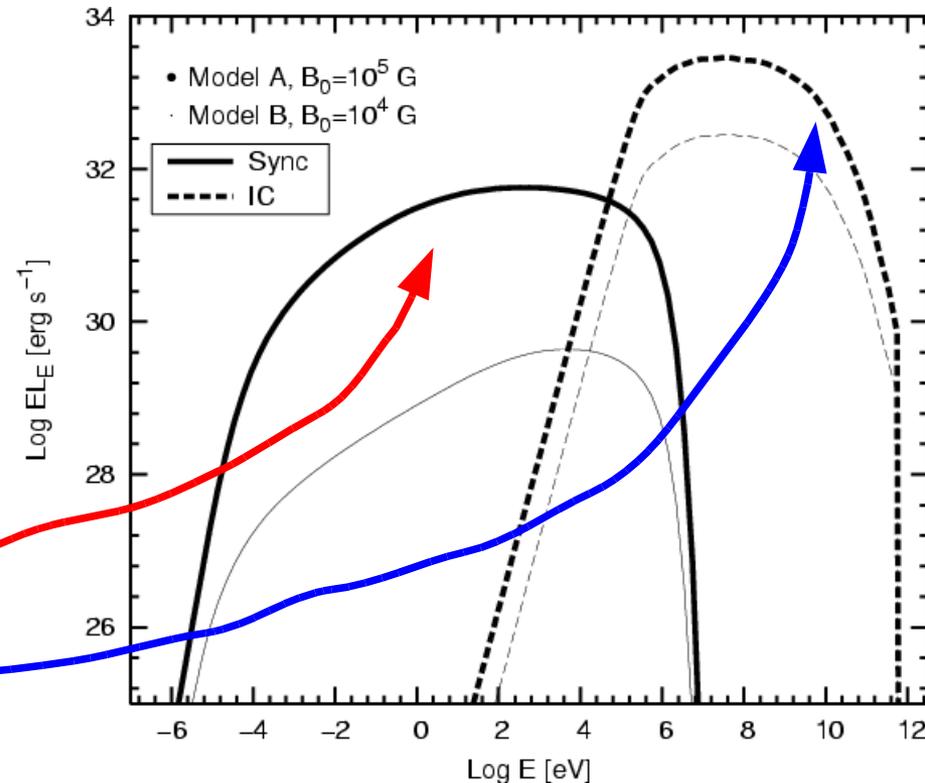
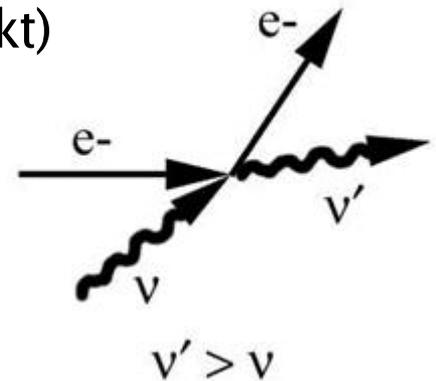
-> Frequenz-Anstieg

-> Deformation des Spektrums

-> Beispiel:

Quasar-Spektrum:

Synchrotronstrahlung
inv.Compton gestreut



4. Strahlung, Strahlungstransport

4.3. Strahlungsgrößen

- > Größenklassen, Magnituden
- > Intensität, Leuchtkraft
- > Farbe, Extinktion

4.3. Strahlungsgrößen

Historisch: Einteilung der Sterne in
Magnituden = “Größen”klassen = Helligkeitsklassen

-> **Hipparchus (190-120 v. Chr.):**

Einteilung aller sichtbaren Sterne in 6 Größenklassen / **Magnituden**

-> 1. Magnitude ($m = 1$) = hellste Sterne

-> 6. Magnitude ($m = 6$) = Limit der Sichtbarkeit

-> **Pogson (1856): Numerische Skala:**

-> $m = 1$ Stern ist **100x heller** als $m = 6$ Stern

-> $m = 1$ Stern ist 2.512 x heller als $m = 2$ Stern

-> $m = 0$ ist 2.512 x heller als $m = 1$

-> $m = -1$ ist 2.512 x heller als $m = 0$

-> **Beispiele:**

Polarstern $m = 2$, Auge $m < 6$ (~5000 Sterne), Pluto $m = 15$,

Jupiter $m = -3$, Sirius $m = -1.4$, Venus $m = -4$,

Sonne $m = -26.5$, Vollmond $m = -12.5$,

Teleskop (8m, 4h) $m < 28$, HUDF $m < 29$, HXDF $m < 31$

4.3. Strahlungsgrößen

“Hubble eXtreme Deep Field”-Aufnahme:

Die “tiefste” Aufnahme des Himmels bisher - bis $m=30.7$ (10 Mrd. mal lichtschwächer als das Auge):

$$10^{(31-6)/2.5} = 10^{10}$$

Größe:

2.3 x 2 Bogenminuten

Belichtungszeit:

23 Tage

Zu sehen:

~5,500 Galaxien

(schaut bis zu 13.2 Mrd. Jahre “zurück”, also in eine Zeit 500 Mio Jahre nach Urknall)

Hubble eXtreme Deep Field (XDF)

HST • ACS/WFC • WFC3/IR



4.3. Strahlungsgrößen

Spezifische Intensität von Strahlung

(spezifische) Intensität =

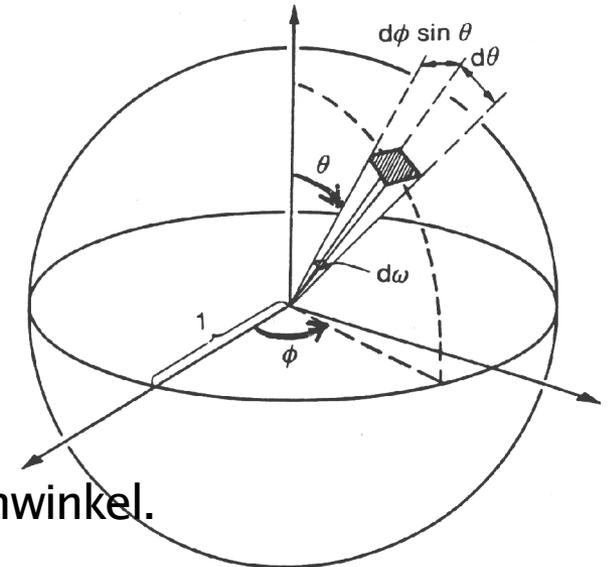
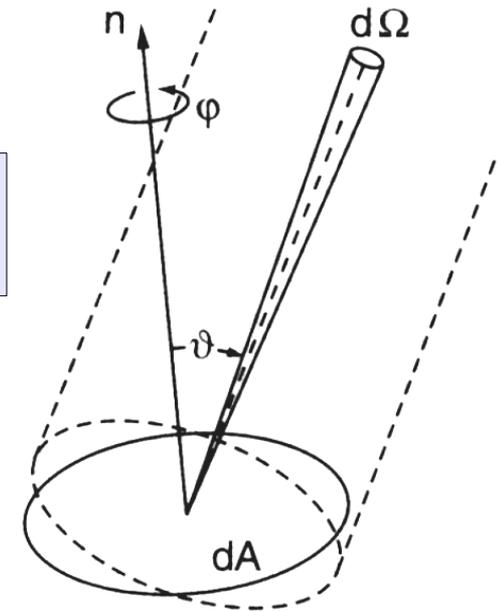
$$I_\nu(\nu, \vec{n}, \vec{r}, t) = \frac{dE}{d\nu dt d\Omega dA d\cos\theta}$$

- > **dE**: Energie des Strahlungsfeldes im Frequenzintervall $[\nu, \nu+d\nu]$ und Zeitintervall $[t, t+dt]$, die in den Raumwinkel $d\Omega$ durch die Fläche dA beim Radius r in Richtung der Flächennormalen n fließt. Strahlungsrichtung ist mit θ gegen n inkliniert.

-> **Raumwinkel**: $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$

-> Ähnlich für I_λ im Intervall $[\lambda, \lambda+d\lambda]$

-> Dimension I_ν : Energie / Fläche / Zeit / Frequenz / Raumwinkel.
cgs-Einheiten: $\text{erg} / (\text{cm}^2 \text{ s sterad Hz})$



4.3. Strahlungsgrößen

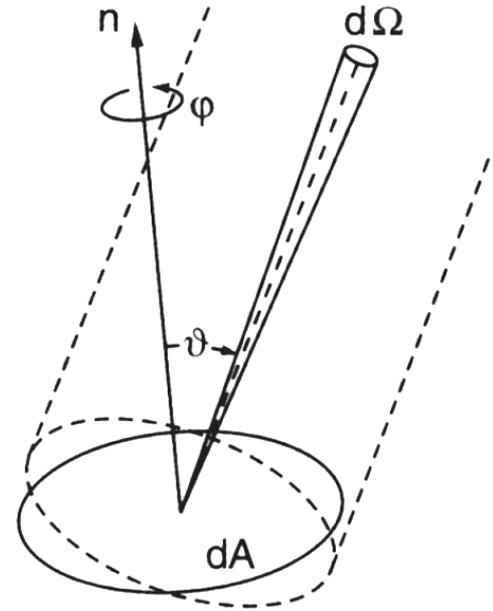
Totale Intensität:

-> Frequenz-(Wellenlängen-) integriert:

$$I = \int_0^{\infty} I_{\nu} d\nu = - \int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda$$

$$\text{mit } \nu = c/\lambda \quad \rightarrow \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$I_{\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} I_{\nu}$$



Mittlere Intensität:

-> Mittelwert über alle Raumwinkel $d\Omega$

-> I_{ν} unabhängig von ϕ -> Integration über $d\phi$

$$J_{\nu} = \frac{1}{4\pi} \oint I_{\nu} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\nu} \sin\theta d\theta d\phi = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} I_{\nu} \sin\theta d\theta$$

$$J = \int_0^{\infty} J_{\nu} d\nu$$

4.3. Strahlungsgrößen

Strahlung zwischen 2 Flächenelementen:

-> Energie pro Zeit $dE/dt = dP$ fließt durch dA zu dA' bei Distanz r :

$$dP_{\nu} = I_{\nu} d\nu \cos\theta dA d\Omega = I_{\nu} d\nu \cos\theta dA \frac{\cos\theta' dA'}{r^2}$$

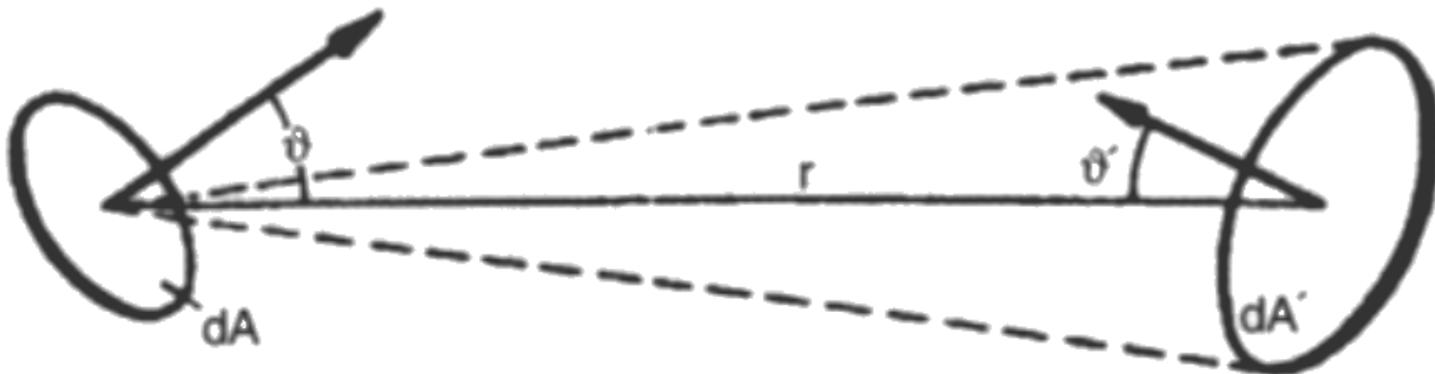
-> Raumwinkel von dA von dA' aus gesehen: $d\Omega' = \frac{\cos\theta' dA'}{r^2}$

-> also Symmetrie (wegen Energieerhaltung)::

$$dP_{\nu} = I_{\nu} d\nu \cos\theta' dA' d\Omega' = dP'_{\nu} = I'_{\nu} d\nu \cos\theta' dA' d\Omega'$$

-> **Intensität unabhängig von Distanz**

$$I_{\nu} = I'_{\nu}$$



4.3. Strahlungsgrößen

Strahlungstrom:

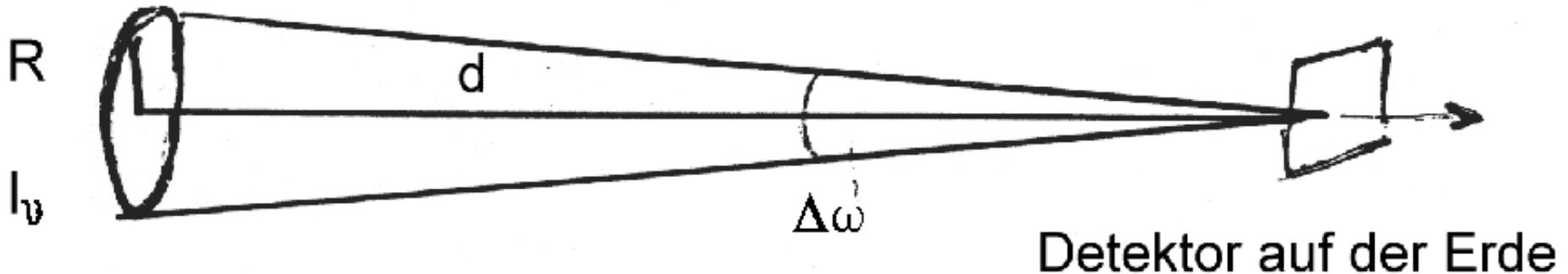
-> Gesamtstrahlung durch Flächenelement dA :

$$F_{\nu} = \frac{1}{dA d\nu dt} \int dE_{\nu} = \int I_{\nu} \cos \theta d\Omega \qquad F = \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu$$

-> Dimension von F_{ν} ist: Energie /Fläche /Zeit /Frequenz

-> cgs-Einheiten: erg / (cm² s Hz)

-> Integration über Kugeloberfläche: $F_{\nu} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I_{\nu} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$



4.3. Strahlungsgrößen

Strahlungstrom:

Integration über Kugeloberfläche:

$$F_{\nu} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I_{\nu} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

-> Strahlungsfluß auf der **Sternoberfläche**:

-> für $0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$ -> $I_{\nu} > 0$ (Strahlung nach außen)

-> für $90^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$ -> $I_{\nu} = 0$ (keine Strahlung von außen)

(kann aber in Binärsystemen wichtig sein)

-> **Definition:**

$$F_{\nu}^{+} = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} I_{\nu} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

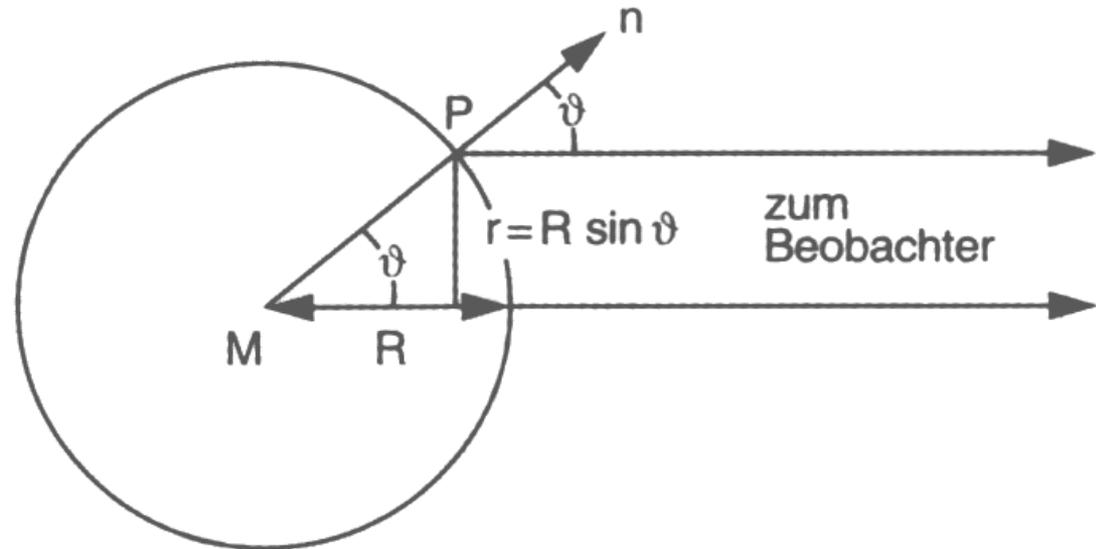
-> Im **isotropen Strahlungsfeld**: $F_{\nu} = 0$

4.3. Strahlungsgrößen

Strahlungstrom eines Sterns:

-> Intensität von θ abhängig, $I_v = I_v(\theta)$

-> θ ist ebenfalls Winkel zwischen Sichtlinie und Radiusvektor zur Sternoberfläche (Punkt P)



-> Die emittierte **mittlere Intensität** in Richtung Beobachter aus allen **Oberflächen-Elementen** $\cos \theta dA = R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi$

ist:

$$\pi R^2 \bar{I}_v = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_v(\theta, \phi) R^2 \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

4.3. Strahlungsgrößen

Strahlungstrom eines Sterns:

Vergleich mit mittlerem Strahlungsstrom: $\pi R^2 \bar{I}_\nu = F_\nu^+$

Also: **Mittlerer Strahlungsstrom** von einem Punkt auf der Sternoberfläche in alle Richtungen **entspricht**

Mittelwert des Strahlungsstroms von allen Punkten der Sternoberfläche in eine Richtung (also zum Beobachter)

Intensität I_ν wichtig bei aufgelöster Sternoberfläche (Sonne)

Strahlungsstrom F_ν wichtig, wenn nur Gesamtfluß beobachtet wird

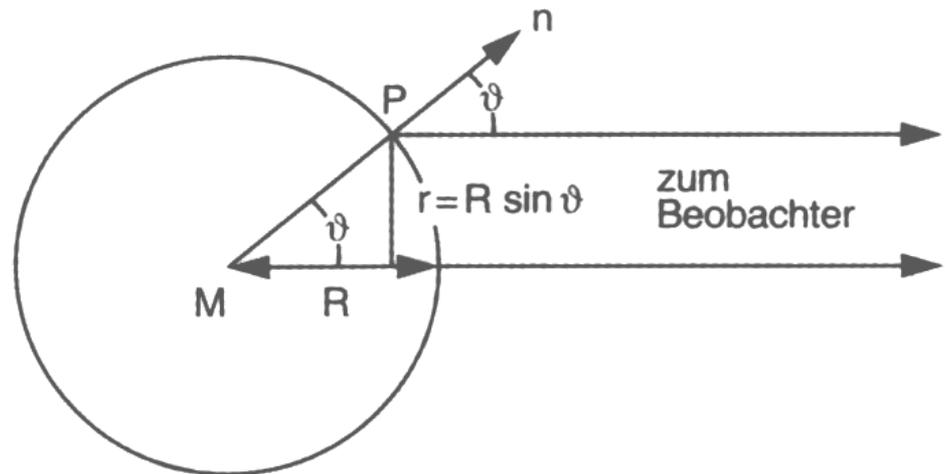
-> Leuchtkraft eines Sterns:

$$L \equiv 4 \pi R^2 F$$

Dimension: Energie/Zeit

Sonne: $L_\odot = 3.82 \times 10^{33}$ erg/s

Überriesen: $L = 10^6 L_\odot$



4.3. Strahlungsgrößen

Helligkeit eines Sterns:

-> Helligkeit definiert als Logarithmus des Strahlungsflusses

-> Meßwert hängt vom Detektor ab (visuell, photographisch,...)

-> “Empfindlichkeitsfunktion”: $E_\lambda = m(\lambda) c(\lambda) a(\lambda)$ -> hängt ab von:

- Durchlässigkeit der **Meßapparatur** (Optik, Filter: $m(\lambda)$,
- Empfindlichkeit des **Detektors** (Auge, CCD, ...): $c(\lambda)$,
- Durchlässigkeit der **Atmosphäre**: $a(\lambda)$

-> Monochromatischer Strahlungsfluß des Sterns bei Abstand d :

$$f_\lambda = \frac{R^2}{d^2} F_\lambda$$

-> gemessener Gesamtstrahlungsfluß:

$$S = \int_0^\infty f_\lambda E_\lambda d\lambda$$

4.3. Strahlungsgrößen

Helligkeit eines Sterns:

-> beobachtete Helligkeitsunterschiede von $S_1 / S_2 \sim 10^{10}$

-> **logarithmische Helligkeitsskala** $m = -2.5 \log(S) + \text{const}$

Einheit [m] : mag (Magnitude) ; $m_1 - m_2 = -2.5 \log (S_1 / S_2)$

-> Beispiele:

$m_1 - m_2$	1	2	2.5	5	10	15	25
S_1 / S_2	2.51	6.3	10	100	10^4	10^6	10^{10}

-> Empfindlichkeitsfunktionen:

Auge: E_λ maximal bei $\lambda = 540 \text{ nm}$, Magnitude m_V

Photoplatte: E_λ maximal bei $\lambda = 420 \text{ nm}$, Magnitude m_{pg}

Bolometrisch: $E_\lambda = 1$, Gesamtstrahlungsleistung, m_{bol}

Filterabhängig: E_λ gegeben durch Filterfunktion, zB m_U, m_B, m_V

4.3. Strahlungsgrößen

Farbe eines Sterns:

Farbindex F.I.: Helligkeitsunterschied in zwei Magnitudensystemen:

$$\mathbf{F.I. = m(kleine \lambda) - m(gro\beta e \lambda)}$$

-> Definition: “rot” ist positiv, “blau” ist negativ

-> z.B. im Standard-Filtersystem nach Johnson:

U, B, V, (R, I) entsprechen m_U, m_B, m_V, \dots

-> also: $\mathbf{F.I. = m_B - m_V = B - V}$

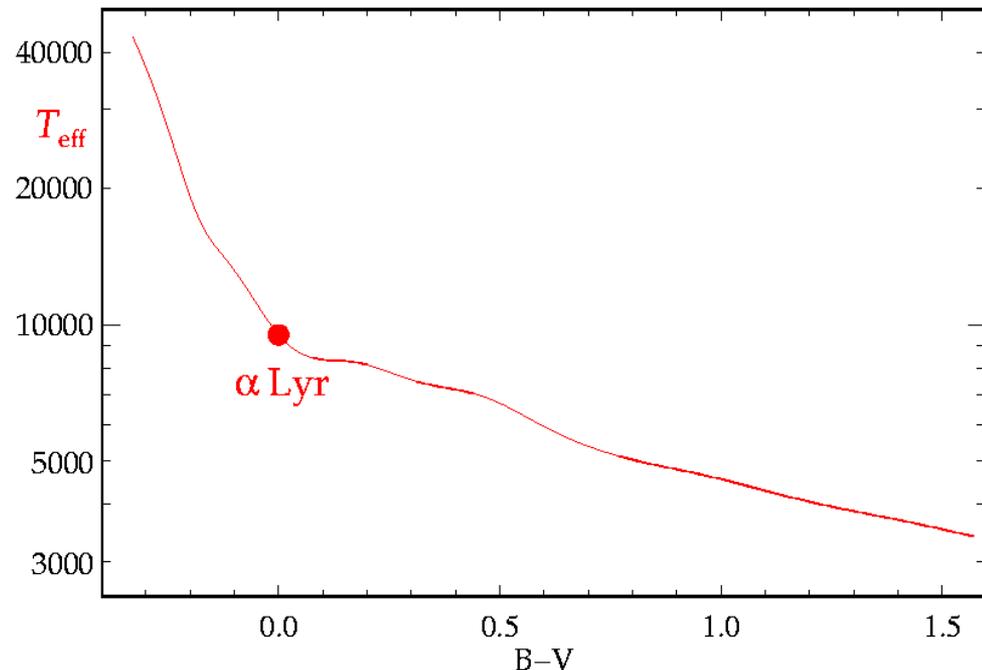
$$= -2.5 \log (F_B/F_V)$$

-> Normierung:

U=B=V=R=I für A0V-Sterne

(z.B. α Lyr, Wega)

siehe: “heiße” Sterne
sind “blauer”



4.3. Strahlungsgrößen

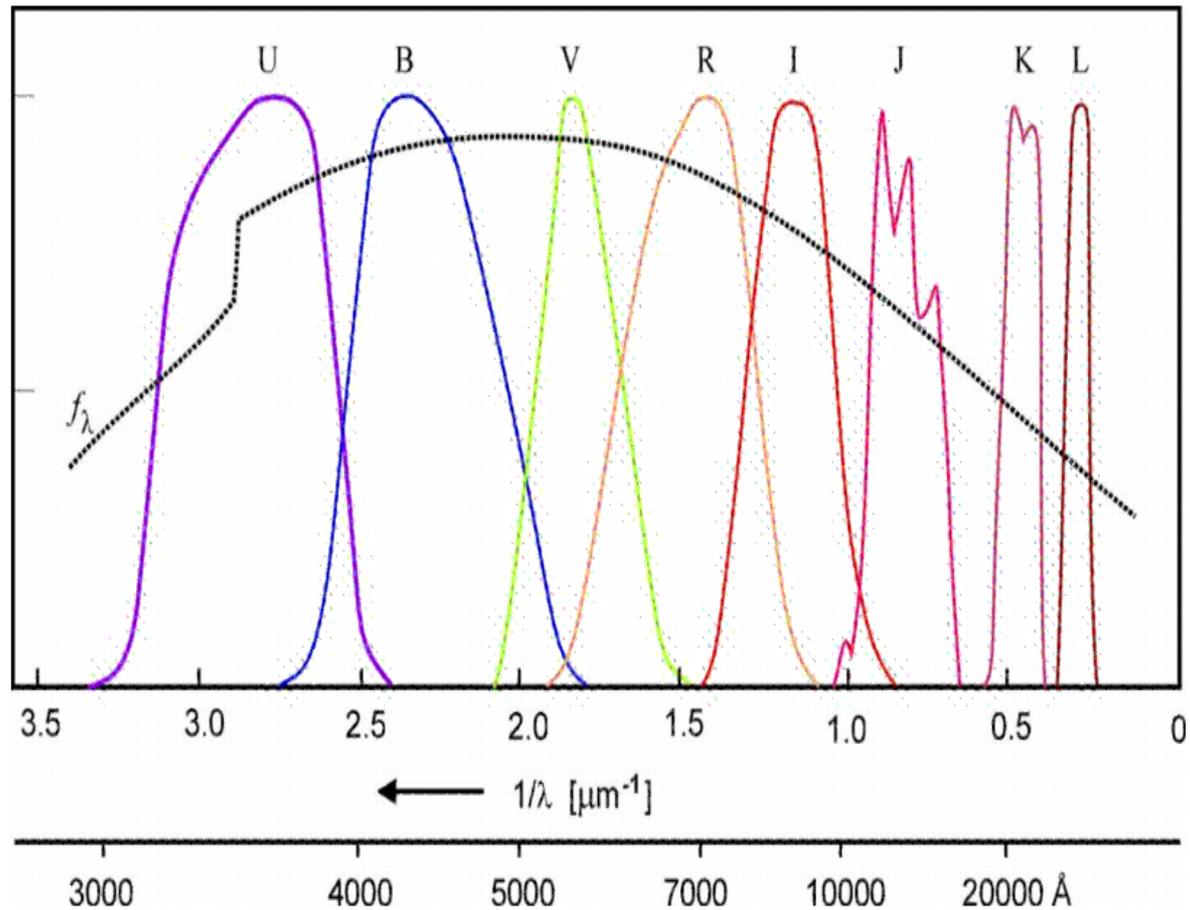
Farbe eines Sterns: (NGC 290 mit HST beobachtet, Olzewski et al.)



4.3. Strahlungsgrößen

Farbe eines Sterns:

-> Farbindices: z.B. **Sonne**: B-V = 0.66, U-V = 0.1



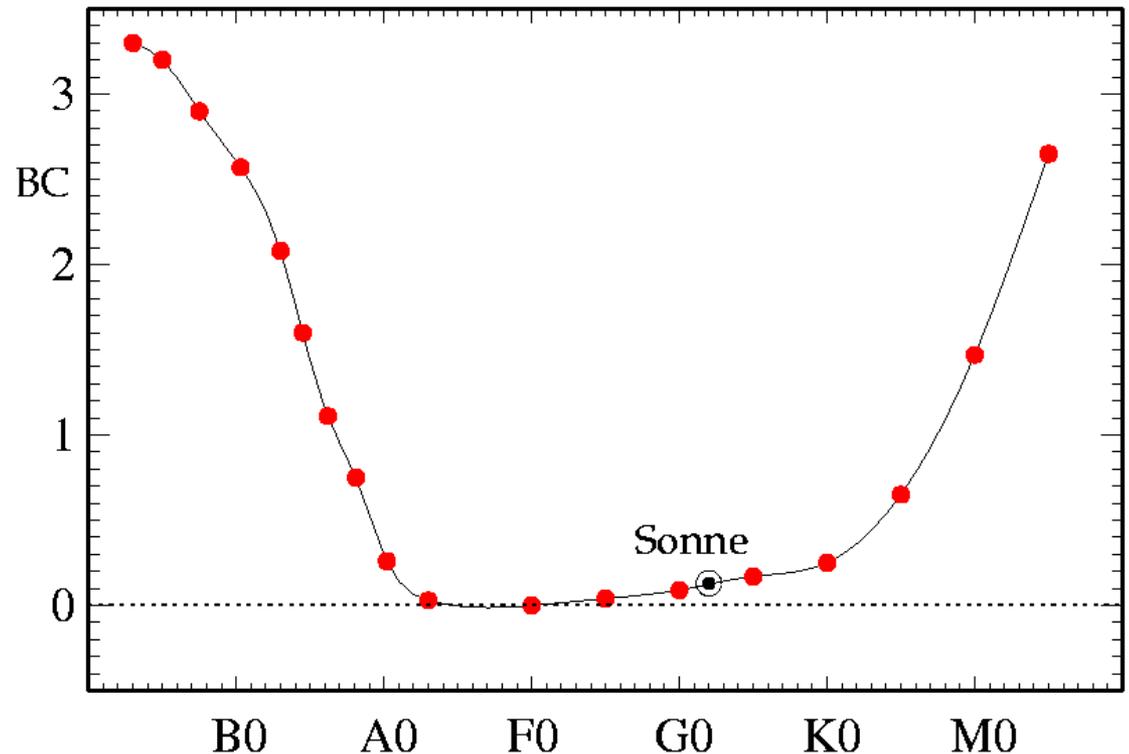
4.3. Strahlungsgrößen

Bolometrische Magnitude:

- > Spiegelt die Gesamtleuchtkraft eines Sterne wieder
(von Röntgen Radio): -> bolometrische Magitude: m_{bol}
- > Abweichung von visueller Magnitude
 - > “bolometrische Korrektur”: $B.C. = m_{vis} - m_{bol}$

- > **theoretische Modellierung** erforderlich, falls Hauptteil der Strahlung nicht im Optischen emittiert wird

- > **Abszisse B0-M0 gibt Sterntyp wieder**
(~Effektivtemperatur)



4.3. Strahlungsgrößen

Absolute Helligkeit eines Sterns:

-> Magnitude eines Sterns bei Norm-Entfernung von 10pc

-> wahre Leuchtkraft, **absolute Magnitude M**

-> Strahlungsfluß: $F(d) = F(10\text{pc}) \left(\frac{d}{10\text{pc}} \right)^{-2}$

in Magnituden:

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d[\text{pc}]}{10} \right) = 5 \log(d[\text{pc}]) - 5 = -2.5 \log \left(\frac{10\text{pc}}{d} \right)^2$$

-> Absolute Helligkeiten: Sonne: $M_{\text{vis}} \sim M_{\text{bol}} = 4.75$

Sirius (2.64 pc) : $m = -1.46$, $M = 1.43$;

Rigel (240 pc): $m = 0.12$, $M = -6.78$

-> m-M heißt **Entfernungsmodul**:

m-M	-5	0	5	10	25
d [pc]	1	10	100	1kpc	1Mpc

4. Strahlung, Strahlungstransport

4.4 Strahlungstransport

- > Absorption, optische Tiefe,
freie Weglänge
- > Extinktion
- > Transportgleichung, "Ergiebigkeit"
- > optisch dünn / dick

4.4. Strahlungstransport

Absorption von Strahlung

-> **Interstellare Materie** (Gas, Staub),
Erd- oder Stern-**Atmosphäre** absorbieren Licht

-> Absorptionsgesetz: $\frac{dl_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu$ oder $\frac{dl_\nu}{I_\nu} = -\kappa_\nu ds \equiv d\tau_\nu$

Intensität I , Absorptionskoeffizient κ , **Optische Tiefe**

$$\tau \equiv \int_{s_1}^{s_2} \kappa ds$$

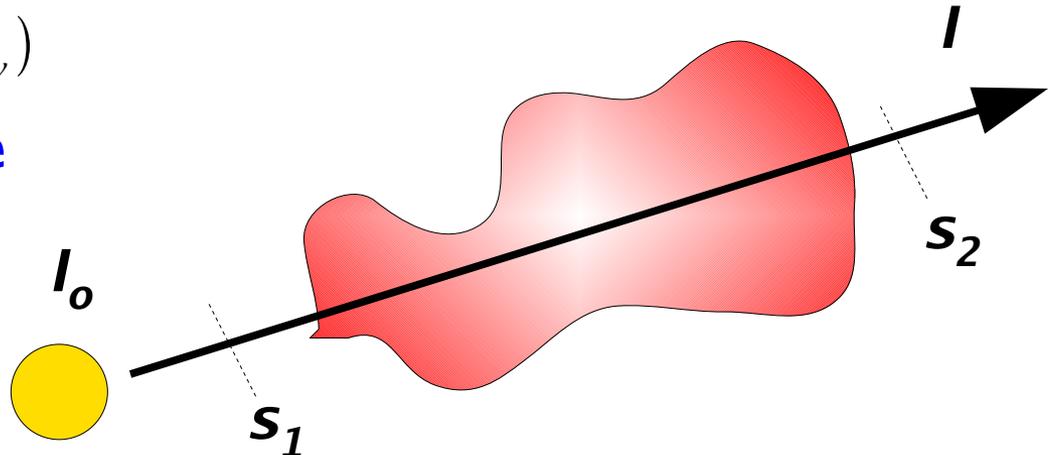
Lösung der Absorptionsgleichung:

$$I_\nu = I_{\nu,0} \exp(-\tau_\nu)$$

-> **Mittlere freie Weglänge**

eines Photons:

$$s_\nu \equiv \frac{1}{\kappa_\nu}$$



4.4. Strahlungstransport

Absorption von Strahlung

-> **Achtung:**

In der Literatur auch $\tau \equiv \int_{s_1}^{s_2} \kappa \rho ds$ verwendet, mit

Transportgleichung $\frac{dl_\nu}{l_\nu} = -\kappa_\nu \rho ds \equiv d\tau_\nu$

Hier heißt κ **Opazität**

-> Opazität = Absorptionskoeffizient / ρ

4.4. Strahlungstransport

Absorption von Strahlung

Anwendung: Extinction des Sternlichts

-> **Helligkeitsverlust:** $m - m_0 = -2.5 \log(\exp(-\tau)) \equiv A$

Im V-Bereich -> A_V

-> Neben Helligkeitsverlust auch "Rötung":

-> Ursprünglicher Farbindex, z.B. $(B-V)_0$

-> **Staub** absorbiert blaues Licht stärker

-> **"Farbexzess":** $E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0$

-> Problem: ursprünglicher Farbindex eigentlich unbekannt

$$A_V \simeq 3.1 E(B-V)$$

4.4. Strahlungstransport

Absorption, Streuung & Emission

Beispiel Sternatmosphäre: heißes Gas emittiert Strahlung, emittierte Strahlung wird wieder absorbiert:

-> Beschreibung der Emission durch Emissionskoeffizienten ϵ_ν

-> Beschreibung der Streuung durch Streukoeffizienten σ_ν

-> Berücksichtige Absorption & Emission entlang s

-> **Strahlungstransportgleichung =**

Energiebilanzgleichung eines emittierenden und absorbierenden Medium entlang eines Weges:

$$\frac{dl_\nu}{ds} = -(\kappa_\nu + \sigma_\nu)l_\nu + \epsilon_\nu$$

4.4. Strahlungstransport

Absorption, Streuung & Emission

-> Strahlungstransportgleichung $\frac{dl_{\nu}}{ds} = -\kappa_{\nu} I_{\nu} + \epsilon_{\nu}$

-> mit optischer Tiefe $d\tau_{\nu}$ $\frac{dl_{\nu}}{d\tau_{\nu}} = -I_{\nu} + \frac{\epsilon_{\nu}}{\kappa_{\nu}} = -I_{\nu} + S_{\nu}$

-> Definiere **“Ergiebigkeit”** bzw. **Quellfunktion**: $S_{\nu} \equiv \frac{\epsilon_{\nu}}{\kappa_{\nu}}$

-> zeitunabhängige Strahlungstransportgleichung:

wenn $I = S$ -> keine Intensitätsänderung

wenn $I > S$ -> Intensitätsabnahme

wenn $I < S$ -> Intensitätszunahme entlang s

-> **im thermischen Gleichgewicht**: Absorption = Emission

-> Keine Intensitätsänderung,

Schwarzer Körper:

$$S_{\nu} = I_{\nu} = B_{\nu}$$

4.4. Strahlungstransport

Absorption, Streuung & Emission

-> Strahlungstransportgleichung $\frac{dl_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu + \epsilon_\nu$

-> mit optischer Tiefe $d\tau_\nu$ $\frac{dl_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} = -I_\nu + S_\nu$

Formale Lösung: $I_\nu = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tilde{\tau}_\nu) \exp(-\tilde{\tau}_\nu) d\tilde{\tau}_\nu + I_{\nu,0} \exp(-\tau_\nu)$

Für konstante Ergiebigkeit: $I_\nu = S_\nu (1 - \exp(-\tau_\nu)) + I_{\nu,0} \exp(-\tau_\nu)$

Grenzfälle: "optisch dünn", $\tau_\nu \ll 1 \rightarrow I_\nu = \tau_\nu (S_\nu - I_{\nu,0}) + I_{\nu,0}$
"optisch dick", $\tau_\nu \gg 1 \rightarrow I_\nu = S_\nu$

4.4. Strahlungstransport

Absorption, Streuung & Emission

-> Zusammenfassung:

Intensität I_ν : Energiemenge, die eine Flächeneinheit pro Zeiteinheit in eine Raumwinkeleinheit im Frequenzintervall $(\nu, \nu + \Delta\nu)$ in Form elektromagnetischer Strahlung durchströmt.

Einheit [$\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$]

Emissionskoeffizient ϵ_ν : Energiemenge, die von einer Volumeneinheit pro Zeiteinheit in eine Raumwinkeleinheit im Frequenzintervall $(\nu, \nu + \Delta\nu)$ in Form elektromagnetischer Strahlung abgegeben wird. Einheit [$\text{W m}^{-3} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$]

Absorptionskoeffizient κ_ν : Relative Schwächung der Intensität pro Längeneinheit bei der Frequenz ν . Einheit [m^{-1}]

4. Strahlung, Strahlungstransport

Zusammenfassung

- > **Elektromagnetische Strahlung:** Welle/Teilchen, Energie, Frequenzbänder, typische Einheiten
- > Informationsgehalt von "Licht": Meßgrößen, Intensität, Spektrale Energieverteilung
- > **Entstehungsprozesse:** Schwarzer Körper, Thermisches Gleichgewicht, Planck'sche Strahlungsgesetz (+ Näherungen), Atomare Energieniveaus, Linien, Kontinuum, Nicht-thermische Strahlung
- > **Strahlungsgrößen:** Magnituden (Größenklassen), Intensität, Strahlungsstrom, Farbindex, bolometrische Helligkeit, absolute Helligkeit, Leuchtkraft
- > **Strahlungstransport:** Absorption von Strahlung, Extinktion, Optische Tiefe, Opazität, Emission / Ergiebigkeit

Einführung in die Astronomie und Astrophysik I

- 17.10. Einführung: Überblick & Geschichte (H.B.)
- 24.10. Sternpositionen, Koordinaten, Zeitmessung (C.F.)
- 31.10. Teleskope und Instrumentierung (H.B.)
- 07.11. Strahlung, Strahlungstransport (C.F.)
- 14.11. Planetensystem(e) & Keplergesetze (H.B.)**
- 21.11. Sonne & Sterne, Typen / Klassifikation, HR-Diagramm (C.F.)
- 28.11. Interstellare Materie: Chemie & Matriekreislauf (H.B.)
- 05.12. Sternentstehung, Akkretionsscheiben & Jets (H.B.)
- 12.12. Sternaufbau und Sternentwicklung: Hauptreihe (C.F.)
- 19.12. Sternaufbau und Sternentwicklung: Endstadien (C.F.)
- - - Weihnachtspause
- 09.01. Mehrfachsysteme & Sternhaufen, Dynamik (C.F.)
- 16.01. Exoplaneten & Astrobiologie (H.B.)
- 23.01. Die Milchstraße (H.B.)
- 30.01. Zusammenfassung (C.F. & H.B.)
- 06.02. Prüfung (?)